



17 a 21 de Mayo de 2004  
Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Cuyo.  
Mendoza. Argentina.

### **Jornadas Sud-Americanas de Ingeniería Estructural**

---

## **AValiação EXPERIMENTAL DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS TECIDOS ESTRUTURAIIS**

Rosana de Albuquerque Arléo Alvim, Mestre em Engenharia Civil, EPUSP, [rarleo@usp.br](mailto:rarleo@usp.br)  
Ruy Marcelo de Oliveira Pauletti, Professor Associado, EPUSP, [pauletti@usp.br](mailto:pauletti@usp.br)

### **RESUMO**

O principal objetivo deste trabalho foi avaliar as propriedades mecânicas dos tecidos estruturais por meio de ensaios de tração uniaxiais e biaxiais. Para isso, foi desenvolvido um arranjo de ensaio que permitiu a aplicação das forças de tração. As deformações foram medidas por meio de extensômetros elétricos e com isso, foi possível traçar o diagrama tensão-deformação para diferentes amostras de tecido. A partir das informações técnicas sobre os tecidos analisados, foi possível comparar as propriedades mecânicas dos tecidos como os módulos de elasticidade longitudinal e transversal, os coeficientes de Poisson e suas resistências. Os valores dos módulos de elasticidade transversal foram calculados por meio das expressões de transformação dos coeficientes tensoriais de deformabilidade dos materiais ortótropos e por um modelo que faz a analogia do tecido com uma placa ortótropa. Os resultados encontrados permitiram comparar os valores das propriedades mecânicas determinadas a partir dos resultados experimentais para os diferentes tipos de tecido e avaliar a influência do tipo de solicitação nessas propriedades. Finalmente, foram verificadas as hipóteses de ortotropia para os tecidos.

## 1 INTRODUÇÃO

O surgimento de novos tecidos estruturais a base de fibras minerais (fibra de vidro ou carbono) e fibras sintéticas (poliéster e poliamida) extremamente resistentes permitiram a construção, por todo o mundo, de estruturas de membrana de caráter permanente [ALVIM, 2003], [MAJOWIECKI, 1985], [OTTO, 1982] e [PAULETTI, 2003], e, por isso, suas propriedades estruturais têm sido investigadas ao longo dos últimos anos de modo a otimizar a realização dos projetos.

Contudo, as informações existentes apresentam-se sem uniformidade e consenso em relação aos procedimentos de ensaio e a determinação das propriedades dos tecidos. Muitas vezes, informações importantes para o projeto encontram-se dependentes de pesquisas realizadas pelos próprios fabricantes, onde nem sempre os resultados fornecidos contribuem para esclarecer o comportamento do material. Em face disso, faz-se necessário o desenvolvimento de ensaios para determinação da resistência, dos módulos de elasticidade longitudinal e transversal e dos coeficientes de Poisson, especialmente sob condições de solicitações biaxiais.

## 2 MODELO SIMPLIFICADO PARA DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES ELÁSTICAS ORTOTRÓPICAS

O tecido estrutural é um material cuja matriz de constituição é extremamente complexa. Isto se deve a condição imposta na sua fabricação, onde a tecelagem dos fios faz com que o material apresente um comportamento não-linear e diferente nas duas direções principais definidas pela fiação, de modo que o tecido se comporta de maneira ortótropa. Contudo, para efeitos práticos, é usual trabalhar-se com modelos lineares, o que implica em severas simplificações, no que diz respeito ao modelo de comportamento desse material.

Considerando-se o tecido estrutural como um elemento com superfície cujas dimensões no plano são muito maiores que a espessura, pode-se considerar a validade do comportamento material em condição de Estado Plano de Tensões. Neste caso, sob hipóteses de linearidade física e ortotropia, os coeficientes de deformabilidade, expressos em termos dos coeficientes usualmente empregados na engenharia,  $E$ ,  $G$  e  $\nu_{ij}$ , tomam a forma:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_2} & 0 \\ \frac{-\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Devido à necessidade de simetria desta matriz, tem-se a relação entre os coeficientes de Poisson:

$$\frac{\nu_{12}}{E_2} = \frac{\nu_{21}}{E_1} \quad (2)$$

Os coeficientes da matriz de deformabilidade que compreendem os módulos de elasticidade longitudinais  $E_1$  e  $E_2$  podem ser determinados diretamente por meio de ensaios uniaxiais e biaxiais de tração de acordo com a direção de interesse. Os valores dos módulos de elasticidade longitudinais são obtidos a partir dos ajustes lineares das curvas de tensão-deformação longitudinal e os valores dos coeficientes de Poisson são determinados a partir dos ajustes lineares das curvas de deformação transversal *versus* deformação longitudinal.

O módulo de elasticidade transversal  $G_{12}$  pode ser determinado de forma indireta a partir de expressões de transformação, considerando-se o valor dos módulos de elasticidade  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3 = E'_1$  e do coeficiente de Poisson  $\nu_{21}$ . Para isso, será empregada a seguinte expressão de transformação para a rotação do sistema de coordenadas em torno do eixo 3, que engloba os termos de interesse:

$$D'_{11} = \frac{1}{E'_1} = \frac{\cos^4 \alpha}{E_1} + \left[ \frac{1}{G_{12}} - 2 \frac{\nu_{21}}{E_1} \right] \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \frac{\sin^4 \alpha}{E_2} \quad (3)$$

Neste caso, será considerado que o comportamento do tecido é ortótropo e que o valor de  $E'_1$  foi determinado para uma inclinação com um ângulo de 45 graus entre a direção das tramas e dos urdumes. Substituindo o valor de  $\alpha = 45^\circ$  na expressão (3) obtém-se o valor de  $G_{12}$ :

$$G_{12} = \frac{1}{4 \left( \frac{1}{E_3} - \frac{1}{4E_1} - \frac{1}{4E_2} \right) + 2 \frac{\nu_{21}}{E_2}} \quad (4)$$

onde  $E_3 = E'_1$ .

No caso dos ensaios biaxiais de tração, o valor do módulo de elasticidade transversal também foi determinado por meio de uma analogia com o modelo de placas ortótropas, conforme TROITSKY [87]. Resulta, para o módulo de elasticidade transversal, em função dos módulos de elasticidade longitudinais e dos coeficientes de Poisson

$$G_{12} = \frac{\sqrt{E_1 E_2} - E_1 \nu_{12}}{2(1 - \nu_{12} \nu_{21})} \quad (5)$$

### 3 PARÂMETROS PARA VERIFICAÇÃO DO GRAU DE ANISOTROPIA DOS MATERIAIS

De posse das constantes elástica determinadas nos ensaios e tendo em vista a avaliação do grau de anisotropia das membranas, é possível empregar três parâmetros que relacionam as constantes elásticas  $E_i$ ,  $\nu_{21}$  e  $G_{12}$ . Esses parâmetros são propostos por LEKHNISTSKII [77] e são dados por:

$$\begin{aligned} m &= \frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{21} \\ k &= \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \\ n &= \sqrt{2k + m} \end{aligned} \quad (6)$$

Portanto, conhecidos os valores de  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$  e  $\nu_{21}$  para os tecidos estruturais, as expressões (6) permitem determinar os parâmetros  $k$  e  $n$ , que caracterizam o grau de ortotropia dos tecidos. Para os materiais isótropos  $k = 1$  e  $n = 2$ .

## 4 INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL

A investigação experimental deste trabalho consistiu na realização de quinze ensaios de tração uniaxiais e sete ensaios de tração biaxiais em três tipos distintos de tecidos estruturais.

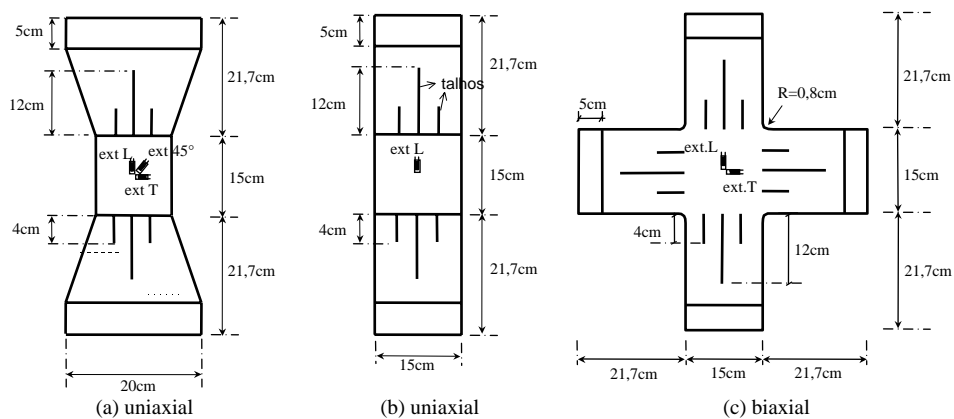
### 4.1 ARRANJO DE ENSAIO

Para a realização dos ensaios foi desenvolvido um pórtico metálico (máquina de ensaio), figuras 1, que permitiu a aplicação do carregamento de tração nas duas direções ortogonais, paralelas à trama e ao urdume do tecido.



**Figura 1 – Arranjo de ensaio**

Os corpos-de-prova utilizados são apresentados na figura 2:



**Figura 2 – Corpos-de-prova utilizados**

As amostras usadas nos ensaios uniaxiais foram do tipo “gravata” e em forma de tira, figura 2-(a) e (b), respectivamente. As membranas foram ensaiadas com o carregamento paralelo às direções das fibras (tramas e urdumes) e a  $45^\circ$ . Os corpos-de-prova usados nos ensaios biaxiais possuíam forma de cruz. As amostras foram submetidas a esforços ortogonais de tração, concomitantes e de mesma intensidade, alinhados com as direções da trama e do urdume, ou fibras com as fibras posicionadas a  $45^\circ$  do carregamento.

## 4.2 PROCEDIMENTOS DE ENSAIO

O primeiro tecido estrutural ensaiado foi à base de poliéster reforçado por filme e revestimento de PVC do tipo MP 1400 (Sansuy<sup>®</sup>), com o qual foram feitos três ensaios uniaxiais e três ensaios biaxiais utilizando-se amostras dos tipos (a) e (c), figura 2. O segundo tecido ensaiado foi do tipo pretensionado, de poliéster revestido com polímero de alta resistência (PVC) e proteção de PVDF (*Polyvinylidene difluoride*) FLUOTOP T (Ferrari<sup>®</sup>). Com este foi realizado apenas um ensaio biaxial. Uma terceira bateria de ensaios foi realizada com tecido à base de poliéster recoberto com PVC e PVDF do tipo III (Mehler Haku<sup>®</sup>), sendo realizados doze ensaios uniaxiais com amostras do tipo (b), seis ensaios na direção dos urdumes e seis ensaios na direção das tramas. Cada direção composta de três amostras simples (sem solda) e três amostras contendo solda em sua região central. Além destes, foram realizados ainda, para o terceiro tipo de tecido, três ensaios biaxiais.

Nos ensaios realizados com extensômetros elétricos, o carregamento foi aplicado com um ciclo de carga e descarga inicial, de modo a obter os módulos de elasticidade nas condições iniciais, que corresponde a uma tensão de projeto, para este tipo de estrutura, da ordem de 20% da carga de ruptura. Em seguida a força foi aplicada de forma crescente até atingir a ruptura do material. No caso dos ensaios realizados sem extensômetros, a força foi aplicada de forma crescente até a ruptura da amostra de tecido.

## 5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados experimentais obtidos consistiram na determinação das curvas de força ( $kgf/cm$ ) em função da deformação específica (%) para cada corpo-de-prova. Os resultados dos ensaios uniaxiais realizados com o primeiro tipo de tecido (MP-1400) estão apresentados na figura 3.

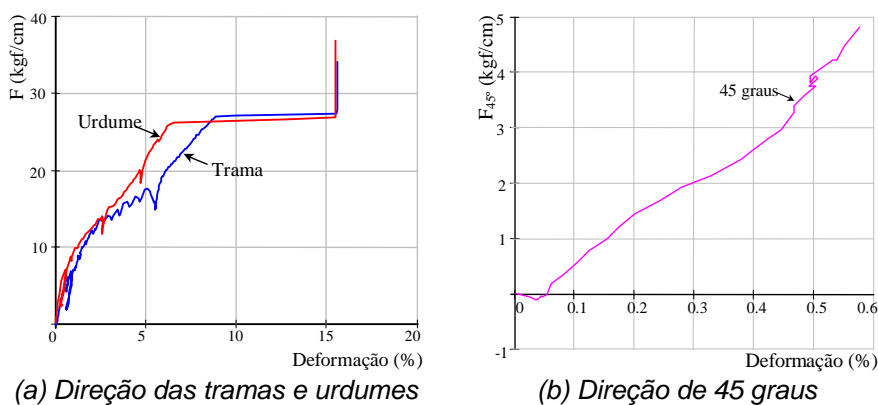


Figura 3 – Séries de força em função da deformação específica dos ensaios uniaxiais

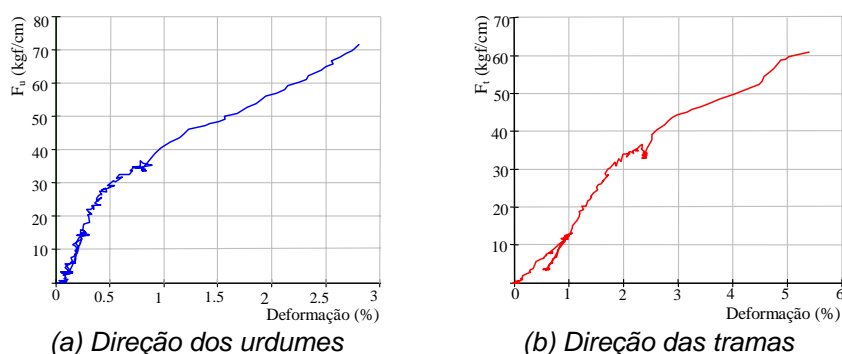
O valores das cargas máximas aplicadas nos corpos-de-prova nas direções das tramas, dos urdumes e a 45° foram de aproximadamente 510  $kgf$ , 552  $kgf$  e 283  $kgf$ , respectivamente. Nos ensaios realizados com o terceiro tipo de tecido (tipo III), os resultados consistiram na determinação das resistências das amostras. Na tabela 1, encontram-se os valores das cargas de ruptura obtidos dos ensaios uniaxiais com as forças aplicadas na direção dos urdumes e tramas para tecidos sem solda e com solda.

**Tabela 1 – Resultados experimentais dos ensaios uniaxiais de tração**

	CARGAS DE RUPTURA (kgf)			
	Amostras simples		Amostras com solda	
URDUMES (L)	1)	1214	1)	1126
	2)	1242	2)	1136
	3)	1184	3)	1076*
TRAMAS (T)	1)	1151	1)	1135
	2)	1077	2)	1057
	3)	1067	3)	1069*

\*amostras com extensômetros elétricos

Na figura 4, encontram-se as curvas de força ( $kgf/cm$ ) em função da deformação específica (%) das AMOSTRAS 3 com solda, na direção dos urdumes e das tramas. Nestes casos os extensômetros foram colocados conforme a figura 2-(b), ou seja, um em cada amostra.

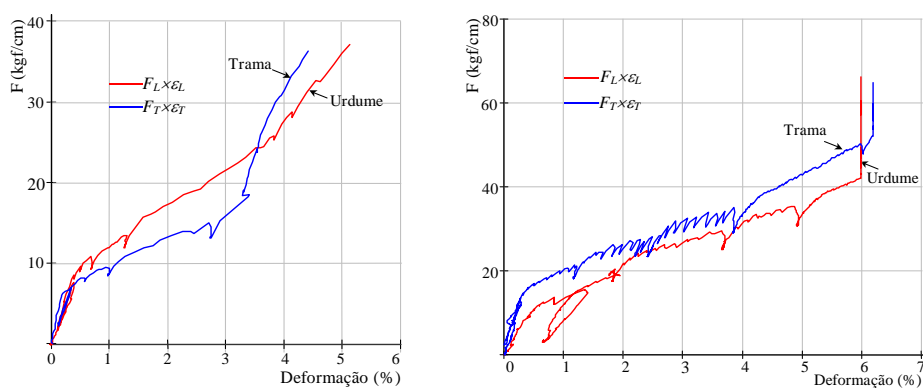


(a) Direção dos urdumes

(b) Direção das tramas

**Figura 4 – Curvas de força em função da deformação específica-amostras com extensômetro elétrico**

Na figura 5, encontram-se ilustradas as curvas de força ( $kgf/cm$ ) em função da deformação (%) obtidas dos ensaios biaxiais para o primeiro (MP 1400) e segundo (1302 FLUOTOPT) tipos de tecidos. A direção transversal corresponde à trama e a direção longitudinal corresponde ao urdume. No primeiro tipo de tecido, os valores das cargas máximas aplicadas nos corpos-de-prova foram cerca de  $555 kgf$  e  $545 kgf$  para o urdume e a trama, respectivamente. No segundo tipo de tecido as cargas máximas foram de aproximadamente  $993 kgf$  e  $972 kgf$ .



(a) 1º tipo de tecido

(b) 2º tipo de tecido

**Figura 5 – Curvas de força em função da deformação específica**

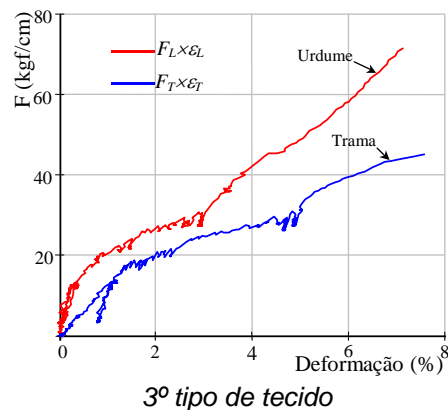
Na tabela abaixo são mostrados os valores das cargas de ruptura obtidos nos ensaios biaxiais para o terceiro tipo de tecido.

**Tabela 2 – Resultados experimentais dos ensaios biaxiais de tração**

	CARGAS DE RUPTURA (kgf)	
	URDUMES (L)	TRAMAS (T)
Amostra 1	988	949
Amostra 2 (*)	1072	1063
Amostra 3	1115	1092

(\*) amostra com extensômetros elétricos

Na figura 6, encontram-se as curvas de força ( $kgf/cm$ ) em função da deformação específica (%) da amostra 2.



**Figura 6 – Curvas de força em função da deformação específica**

## 6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste trabalho, a resistência dos tecidos foi considerada como o valor da carga de ruptura medida durante os ensaios.

Os valores das resistências obtidos dos ensaios uniaxiais para o tecido tipo 1 são inferiores aqueles fornecidos pelo fabricante. Os valores das cargas de ruptura fornecidas pelo fabricante foram em média de  $58 kgf/cm$  para a direção do urdume e  $53 kgf/cm$  para a direção da trama, enquanto que os valores obtidos nos ensaios realizados nesta pesquisa foram de aproximadamente  $37 kgf/cm$  e  $34 kgf/cm$  para urdume e trama, respectivamente, o que resulta em diferenças da ordem de 35%. Além destes ensaios, foi realizado um ensaio na direção dos urdumes com amostra em tira. Isto foi feito para comparar as cargas de ruptura dos tipos de corpos-de-prova (gravata e tira). O valor da carga de ruptura encontrado para amostra em tira com 15cm de largura, foi de  $555 kgf$ , resultando no mesmo valor de carga de ruptura que aquela obtida com amostra do tipo gravata.

De acordo com a tabela 1, os valores da resistência obtidos nos ensaios uniaxiais para o tecido tipo 3 foram em média de  $80 kgf/cm$  para a direção do urdume e  $73 kgf/cm$  para a direção da trama, também inferiores aos valores fornecidos pelo fabricante, que são cerca de  $117 kgf/cm$  para o urdume e  $104 kgf/cm$  para a trama. Novamente, isto indica valores da ordem de 30% menores que aqueles indicados pelo fabricante. Além disso, verifica-se que as diferenças entre valores encontrados foram da ordem de 5% para trama e urdume, comparando-se em amostras simples e com solda.

Os valores das cargas de ruptura obtidos nos ensaios biaxiais para o tecido tipo 1, também foram inferiores àqueles fornecidos pelo fabricante ( $870 kgf$  para a direção dos urdumes e de  $795 kgf$  para a direção das tramas), com diferenças de cerca de 36% e 30% para urdume e trama, respectivamente.

No caso do tecido tipo 2, as cargas de ruptura obtidas nos ensaios biaxiais, 993 *kgf* e 972 *kgf*, foram bastante inferiores àqueles estimados com base nas informações do fabricante (2447 *kgf* para a direção longitudinal e de 2141 *kgf* para a direção transversal). Verificam-se diferenças de aproximadamente 59% e 55%, para o urdume e a trama, respectivamente.

Os valores das cargas de ruptura obtidos nos ensaios biaxiais realizados com tecido tipo 3 foram em média de 70 *kgf/cm* para a direção do urdume e 69 *kgf/cm* para a direção da trama, representando diferenças, para baixo, de aproximadamente 40% e 34%, em relação aos valores fornecidos pelo fabricante para urdume e trama, respectivamente.

Na tabela 3, são apresentados as médias das resistências máximas para os três tipos de tecido ensaiados neste trabalho.

**Tabela 3 –Médias dos valores de resistência**

Tecidos	CARGAS DE RUPTURA (kaf)				
	ENSAIOS UNIAXIAIS			ENSAIOS BIAXIAIS	
	URDUME (L)	TRAMA (T)	45°	URDUME (L)	TRAMA (T)
1. Sansuy® tipo MP-1400	552	507	283	555	545
2. Ferrari® tipo 1302 FLUOTOP T	—	—	—	993	972
3. Mehler Haku® tipo III sem solda	1213	1098	—	1058	1034
com solda	1112	1087			

Pela observação dos valores da tabela 3, é possível concluir que a resistência média dos tecidos na direção do urdume é maior que na direção da trama. Por sua vez, a direção a 45 graus apresenta-se como a menos resistente para os tecidos do tipo 1.

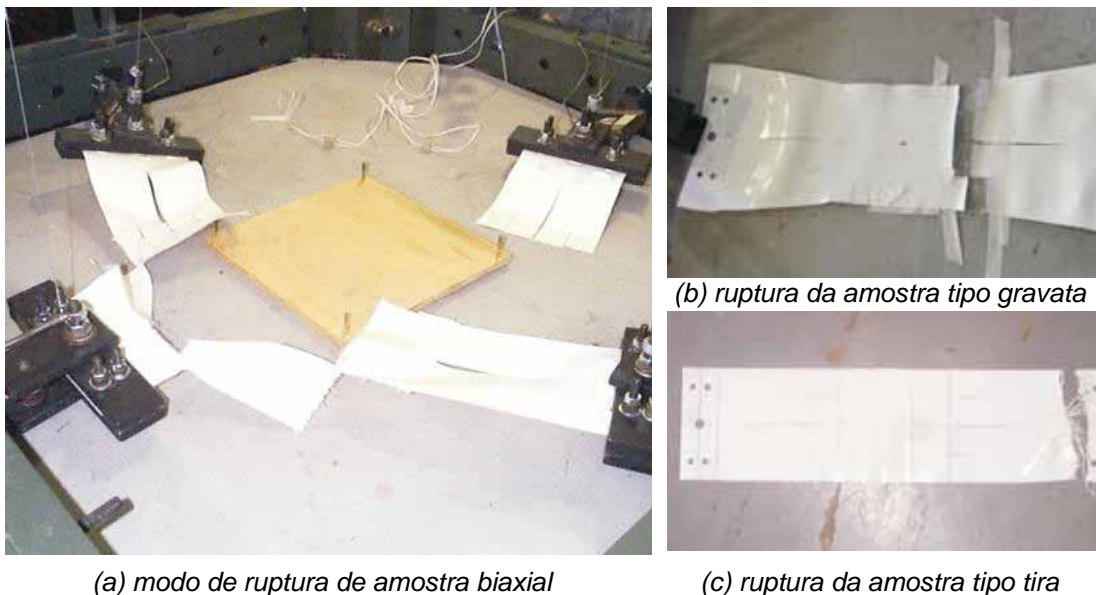
Por apresentar menor densidade de fios e espessura, o tecido do tipo 1 apresenta aproximadamente a metade da capacidade de carga quando comparado aos tecidos do tipo 2 e 3, sendo indicado apenas para aplicações de menor responsabilidade.

Os ensaios uniaxiais e biaxiais realizados não apresentaram diferenças significativas no que se refere às cargas de ruptura, sendo praticamente equivalentes na média, com diferenças para o tecido tipo 1, de 0,5% e 7%, para urdumes e tramas.

Para o tecido tipo 3, as diferenças são de 13% e 6% para urdumes e tramas, respectivamente. Embora esperasse encontrar valores de carga ligeiramente inferiores para os ensaios biaxiais em virtude da restrição imposta aos fios durante as solicitações nas duas direções, isso não ocorreu no caso do tecido tipo 1.

Na figura 7, é possível observar os modos de ruptura para dos tecidos para os ensaios uniaxiais e biaxiais.





(a) modo de ruptura de amostra biaxial (c) ruptura da amostra tipo tira  
**Figura 7 – Ensaio uniaxiais de tração em andamento e os respectivos modos de ruptura – (a) e (b) tecido tipo 1; (c) e (d) tecido tipo 3**

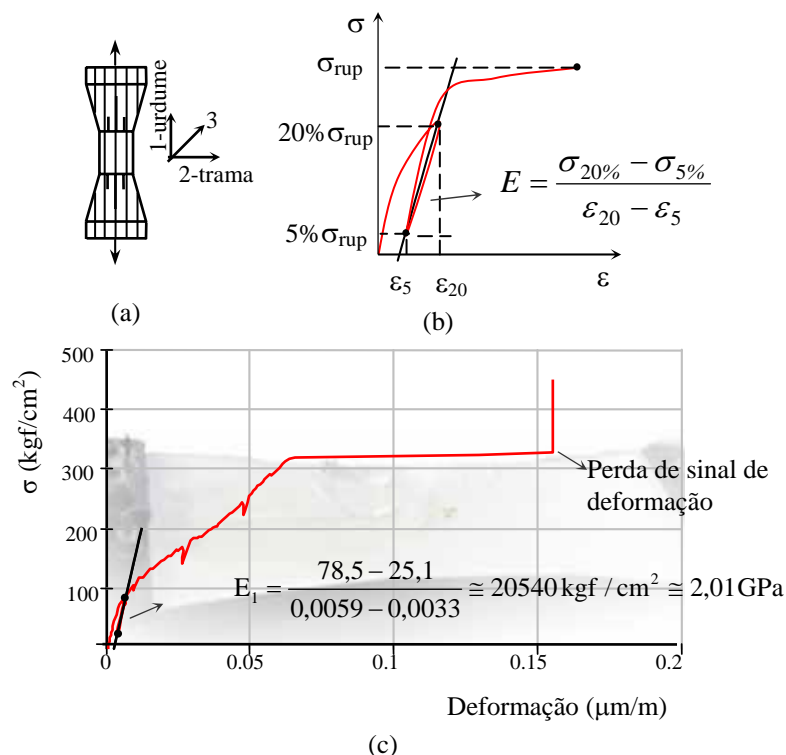
Os modos de ruptura nas direções da trama e do urdume se deram de forma abrupta e nas áreas efetivas dos corpos-de-prova. Na direção a  $45^\circ$ , o tecido apresentou grandes deformações antes da ruptura, que ocorreu próxima da área efetiva do corpo-de-prova. Nesta direção, verifica-se que as rupturas se deram a  $45^\circ$ , ou seja, no sentido da restrição (cruzamento) entre os fios das tramas e urdumes.

As rupturas das amostras de tecido tipo 3 se deram de forma abrupta e próxima das garras, devido à própria geometria do corpo-de-prova, que não favorece a ruptura em seu centro, figura 7-(c).

## 7 DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS

Na determinação das constantes elásticas por meio dos ensaios uniaxiais de tração foram consideradas três direções principais de interesse, isto é, a direção do urdume, da trama e a direção a  $45$  graus. Isso foi feito para avaliar o grau de anisotropia dos tecidos a partir de expressões baseadas na Teoria de Placas Anisotrópicas. Com isso, foi possível determinar o valor do coeficiente de Poisson e dos módulos de elasticidade longitudinal e transversal.

Para esta análise, foram considerados apenas os tecidos a base de fibra de poliéster reforçado por filme e revestimento de PVC do tipo MP-1400. Na figura 8-(c), encontra-se representada a curva tensão-deformação para a direção 1 (dos urdumes), onde está indicado, por meio de uma reta inclinada, o módulo de elasticidade para esta direção de interesse.



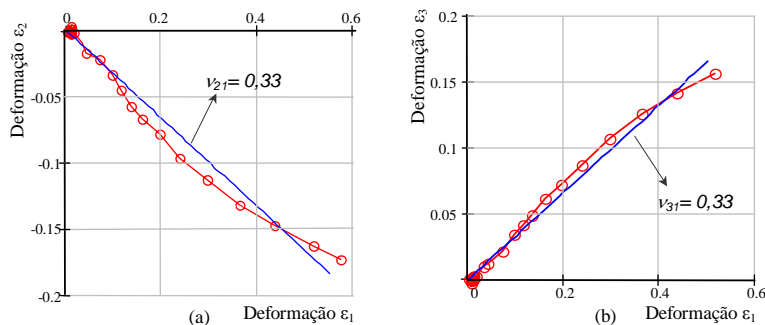
**Figura 8 – Diagrama tensão-deformação para direção dos urdumes – carregamento aplicado na direção de 1**

O valor do módulo de elasticidade longitudinal foi obtido pelo ajuste linear das curvas de tensão-deformação considerando-se o trecho linear até o primeiro ciclo de carregamento, que vai de 5% a 20% da carga de ruptura, figura 8-(b).

Verifica-se pela figura 8-(c), que na direção do urdume o material se comporta de forma linear até aproximadamente  $82 \text{ kgf/cm}^2$ , quando começa a perder rigidez, e por volta de  $320 \text{ kgf/cm}^2$  ocorre o escoamento do material, até a sua ruptura (que foi registrada em  $455 \text{ kgf/cm}^2$ ).

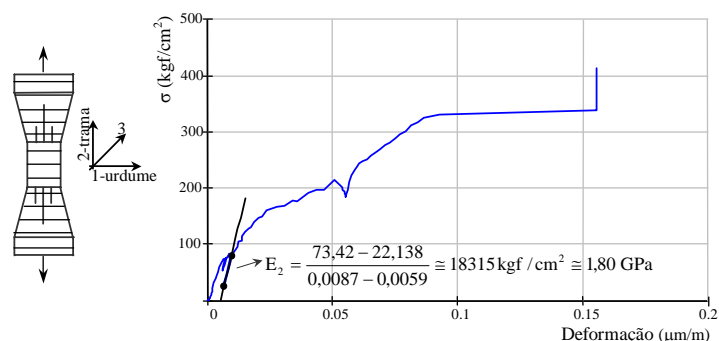
O valor do coeficiente de Poisson foi obtido pelo ajuste linear das curvas de deformação transversal em função da deformação longitudinal dos tecidos no trecho linear de comportamento correspondente ao primeiro carregamento até aproximadamente 20% da carga de ruptura.

Na figura 9-(a) é apresentada a curva de deformação longitudinal (direção 1 – dos urdumes) em função da deformação transversal (direção 2 – das tramas) e na figura 9-(b) a curva de deformação longitudinal em função da deformação a 45 graus (direção 3). A partir dessas curvas foram calculados, respectivamente, os valores dos coeficientes de Poisson  $\nu_{21}$  e  $\nu_{31}$ .



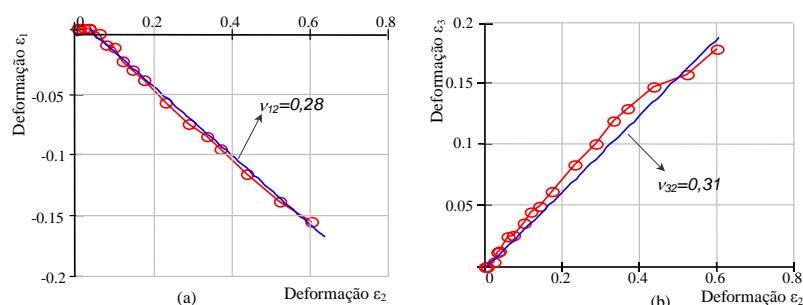
**Figura 9 – (a) Diagrama deformação  $\varepsilon_1 \times \varepsilon_2$ ; (b) Diagrama deformação  $\varepsilon_1 \times \varepsilon_3$**

Na figura 10, encontra-se representada a curva tensão-deformação para a direção 2 (trama). Nesta direção, o material se comporta de forma linear até cerca de 75 kgf, com uma fase de amolecimento entre 75 e 330 kgf/cm<sup>2</sup>, quando o tecido escoa até romper, com cerca de 417 kgf/cm<sup>2</sup>.



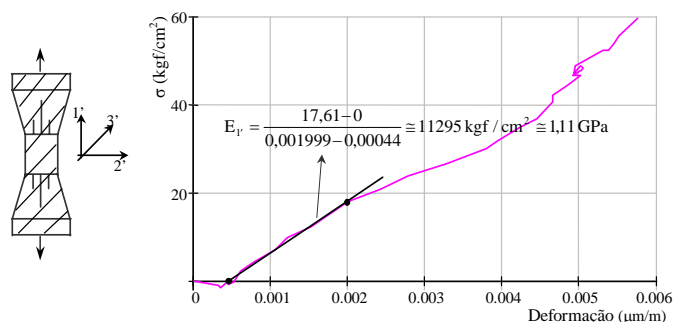
**Figura 10 – Diagrama tensão-deformação para direção das tramas – carregamento aplicado na direção de 2**

Na figura 11-(a), encontra-se a curva de deformação longitudinal (direção 2 – trama) em função da deformação transversal (direção 1 – urdume) e na figura 11-(b) a curva de deformação 2 longitudinal em função da deformação a 45 graus (direção 3). Com isso, foram obtidos os coeficientes de Poisson  $\nu_{12}$  e  $\nu_{32}$ .



**Figura 11 – (a) Diagrama deformação  $\varepsilon_2 \times \varepsilon_1$ ; (b) Diagrama deformação  $\varepsilon_2 \times \varepsilon_3$**

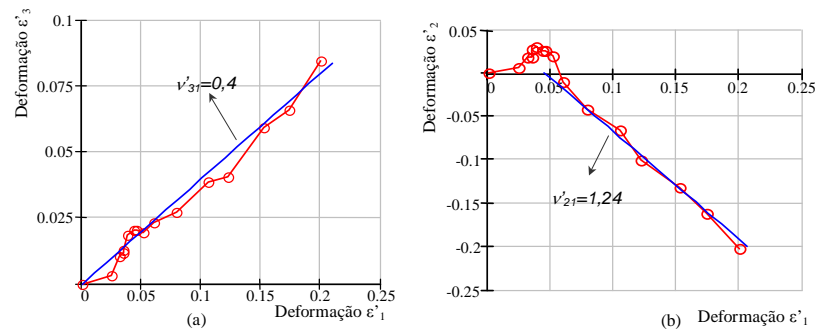
Na figura 12, encontra-se representada a curva tensão-deformação para a direção 1' (a 45 graus).



**Figura 12 – Diagrama tensão×deformação para direção de 45° – carregamento aplicado na direção de 1'**

Neste caso, a determinação do valor do módulo de elasticidade foi feita antes de se atingir o patamar de 20% da carga de ruptura, isto é, em face da grande deformação do tecido não foi possível aplicar o ciclo de carga e descarga previsto para os ensaios. Contudo, foi possível calcular o valor do módulo de elasticidade para uma carga inicial de ensaio, da ordem de 20 kgf/cm<sup>2</sup>.

Na figura 13-(a), encontra-se a curva de deformação longitudinal (direção 1') em função da deformação a 45 graus (direção 3') e na figura 13-(b) a curva de deformação longitudinal (direção 1') em função da deformação transversal (direção 2'). Com isso, foi possível calcular os coeficientes de Poisson  $\nu_{31}$  e  $\nu_{32}$ .



**Figura 13 – (a) Diagrama deformação  $\epsilon_1' \times \epsilon_3'$ ; (b) Diagrama deformação  $\epsilon_1' \times \epsilon_2'$**

O resumo dos valores dos coeficientes elásticos  $E_i$ ,  $E'_i$  e  $\nu_{ij}$  para este tipo de tecido, determinados a partir das curvas de tensão-deformação e das relações entre as deformações, são mostrados na tabela 4.

**Tabela 4 – Resumo dos resultados dos ensaios uniaxiais de tração**  
DIREÇÃO DO CARREGAMENTO

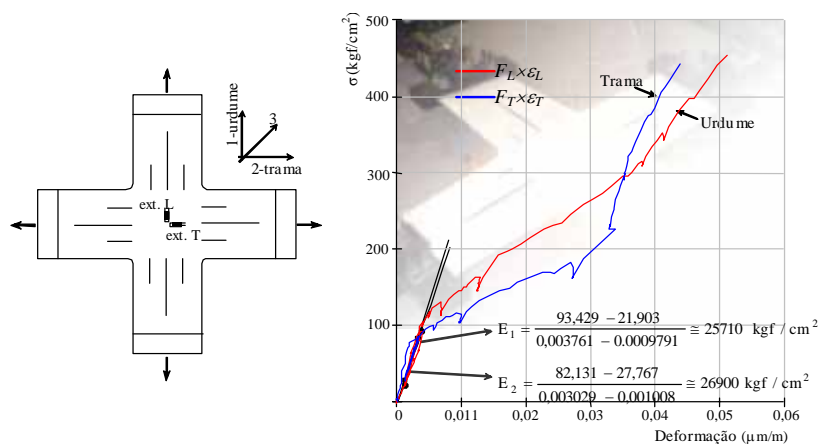
Longitudinal - 1 (urdume)			Transversal - 2 (trama)			45° - 3 (45 graus)		
$E_1$	$\nu_{21}$	$\nu_{31}$	$E_2$	$\nu_{12}$	$\nu_{32}$	$E_3$	$\nu'_{31}$	$\nu'_{21}$
2,01 GPa	0,33	0,33	1,80 GPa	0,28	0,31	1,11 GPa	0,40	1,24

Por meio da expressão (4), descrita no item 2, foi possível o cálculo do módulo de elasticidade transversal  $G_{12}$ . Substituindo os valores dos módulos de elasticidade apresentados na tabela 4, tem-se:

$$G_{12} = \frac{1}{4 \left( \frac{1}{E_3} - \frac{1}{4E_1} - \frac{1}{4E_2} \right) + 2 \frac{\nu_{21}}{E_2}} = \frac{1}{4 \left( \frac{1}{1,11} - \frac{1}{4 \times 2,01} - \frac{1}{4 \times 1,8} \right) + 2 \frac{0,33}{1,8}} = 0,343 \text{ GPa} \quad (7)$$

Em geral, na literatura específica, o valor do módulo de elasticidade dos tecidos estruturais é expresso em  $N/cm$  ou  $kgf/cm$ , levando em conta sua pequena espessura. Portanto, caso seja considerada a espessura média do tecido empregados nos ensaios desta pesquisa como  $0,81mm$ , o valor do módulo de elasticidade transversal  $G_{12}$  passa a ser de aproximadamente  $283 \text{ kgf/cm}$ .

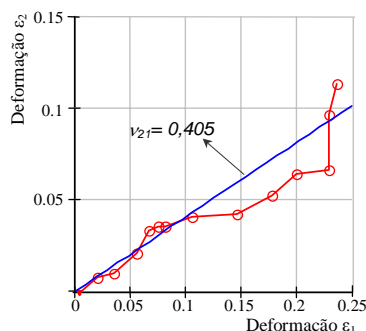
Na figura 14, encontram-se as curvas de tensão-deformação obtidas do ensaio biaxial para o primeiro tipo de tecido onde se encontram indicados, por meio de duas retas inclinadas, os módulos de elasticidade para as direções de interesse (tramas e urdumes).



**Figura 14 – Diagrama tensão-deformação - tipo MP-1400 – e módulos de elasticidade**

Os valores dos módulos de elasticidade encontrados foram  $E_1 \cong 2,5 \text{ GPa}$  ( $25710 \text{ kgf/cm}^2$ ) para a direção do urdume e  $E_2 \cong 2,6 \text{ GPa}$  ( $26900 \text{ kgf/cm}^2$ ) para a direção da trama.

Na figura 15, é apresentada a curva de deformação longitudinal (direção 1 – urdume) em função da deformação transversal (direção 2 – trama) para este ensaio. A partir dessa curva foi calculado o valor do coeficiente de Poisson  $\nu_{21}$ , obtido pelo ajuste do trecho linear de comportamento até aproximadamente 20% da carga de ruptura.



**Figura 15 – Diagrama deformação  $\epsilon_1 \times \epsilon_2$**

O valor do coeficiente de Poisson  $\nu_{12}$  foi obtido levando-se em conta a expressão (2) do item 2. Substituindo os valores dos módulos de elasticidade longitudinais e do coeficiente de Poisson obtido da curva apresentada na figura 17, em (2), tem-se:

$$\nu_{12} = \frac{E_L}{E_T} \nu_{21} = \frac{2,5}{2,6} 0,405 = 0,389 \tag{8}$$

O cálculo aproximado do módulo de elasticidade transversal  $G_{12}$  foi feito por meio da expressão (5), que é função dos módulos de elasticidade longitudinais e dos coeficientes de Poisson, a seguir:

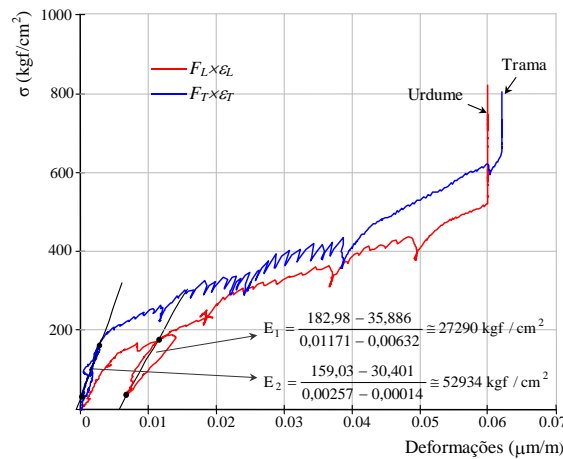
$$G_{12} = \frac{\sqrt{E_1 E_2} - E_1 \nu_{12}}{2(1 - \nu_{12} \nu_{21})} = \frac{\sqrt{2,5 \times 2,6} - 2,5 \times 0,389}{2(1 - 0,389 \times 0,405)} = 0,913 \text{ GPa} \tag{9}$$

E considerando a espessura média deste tipo de tecido empregado nos ensaios realizados nesta pesquisa como  $0,81 \text{ mm}$ , o valor do módulo de elasticidade transversal  $G_{12}$  passa a ser de aproximadamente  $755 \text{ kgf/cm}$ .

Para avaliar a validade do cálculo do  $G_{12}$  pela expressão (9) foi realizado um ensaio biaxial com as fibras posicionadas a 45 graus com o carregamento. Os valores dos módulos de elasticidade encontrados foram  $E'_1 \cong E'_2 \cong 2,5 GPa$  ( $25710 kgf/cm^2$ ) para ambas as direções (longitudinal e transversal). Substituindo  $E_3 = E'_1$  juntamente com os valores dos módulos de elasticidade longitudinais  $E_1$ ,  $E_2$  e o coeficiente de Poisson  $\nu_{21}$ , obtidos dos ensaios com as fibras paralelas ao carregamento, em (4), tem-se:

$$G_{12} = \frac{1}{4\left(\frac{1}{E_3} - \frac{1}{4E_1} - \frac{1}{4E_2}\right) + 2\frac{\nu_{21}}{E_2}} = \frac{1}{4\left(\frac{1}{2,5} - \frac{1}{4 \times 2,5} - \frac{1}{4 \times 2,6}\right) + 2\frac{0,405}{2,6}} = 0,887 GPa \quad (10)$$

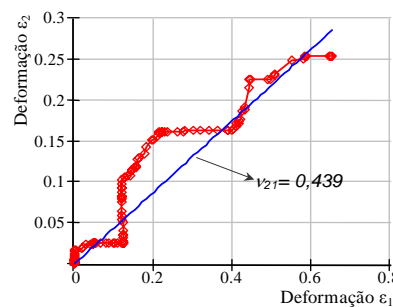
Considerando a espessura do tecido, este valor passa a ser de aproximadamente  $G_{12} \cong 733 kgf/cm$ . Na figura 16, são apresentadas as curvas de tensão-deformação do ensaio biaxial para o tecido tipo 2.



**Figura 16 – Diagrama tensão-deformação - tipo 1302 FLUOTOP T – e módulos de elasticidade**

Nestas curvas, encontram-se indicados, por meio de duas retas inclinadas, os módulos de elasticidade longitudinais para as direções de interesse (trama e urdume). Os valores dos módulos de elasticidade foram  $E_1 \cong 2,7 GPa$  ( $27290 kgf/cm^2$ ) para a direção longitudinal e  $E_2 \cong 5,2 GPa$  ( $52934 kgf/cm^2$ ) para a direção transversal.

Na figura 17, encontra-se a curva de deformação longitudinal (direção 1 – dos urdumes) em função da deformação transversal (direção 2 – das tramas).



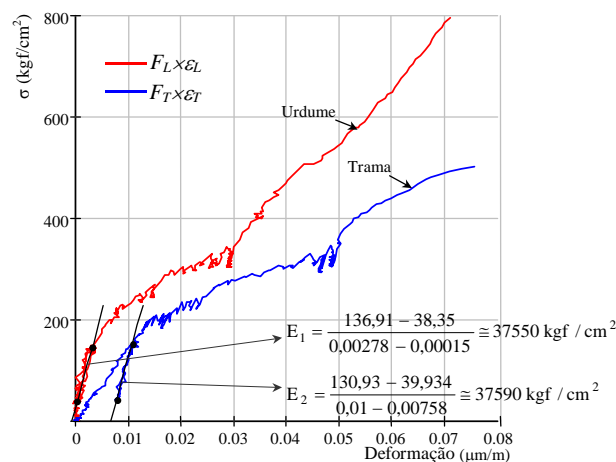
**Figura 17 – Diagrama deformação  $\epsilon_1 \times \epsilon_2$**

O valor calculado do módulo de elasticidade transversal  $G_{12}$  para este tecido foi:

$$G_{12} = \frac{\sqrt{E_1 E_2} - E_1 \nu_{12}}{2(1 - \nu_{12} \nu_{21})} = \frac{\sqrt{2,7 \times 5,2} - 2,7 \times 0,228}{2(1 - 0,228 \times 0,439)} = 1,423 \text{ GPa} \quad (11)$$

Considerando a espessura média deste tecido como  $0,8 \text{ mm}$ , o valor do módulo de elasticidade transversal  $G_{12}$  passa a ser de aproximadamente  $1160 \text{ kgf/cm}$ .

Os valores do módulo de elasticidade transversal e do coeficiente de Poisson não foram determinados para este tipo de tecido devido a problemas na aplicação da carga no início do ensaio. Isso decorreu do travamento do sistema de cabos e roldanas. Com isso, o aspecto inicial da curva ficou prejudicado. Contudo, foi possível estimar os módulos de elasticidade longitudinal indicados por meio de retas inclinadas nas direções principais, vistos na figura 18, onde se encontram as curvas biaxiais de tensão-deformação para este tecido.



**Figura 18 – Séries de tensão em função das deformações específicas**

Os valores dos módulos de elasticidade encontrados foram equivalentes para as duas direções, urdume e trama,  $E_1 \cong E_2 \cong 3,7 \text{ GPa}$  (cerca de  $37550 \text{ kgf/cm}^2$ ).

## 8 COMPARAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DETERMINADAS PELOS ENSAIOS UNIAXIAIS E BIAXIAIS DE TRAÇÃO

Levando em conta os diferentes tipos de tecido existentes, verifica-se uma certa dificuldade na comparação das propriedades determinadas nos ensaios com aquelas encontradas na literatura, o que era esperado, pois as propriedades mecânicas variam com a composição dos materiais e do número de fios por centímetro, o diâmetro dos fios, o tipo de película adotada, o tipo de entrelaçamento dos fios e a espessura total do tecido, fatores obviamente decisivos na determinação das propriedades materiais.

Na tabela 5, encontram-se resumidas as propriedades mecânicas dos tecidos determinadas pelos ensaios uniaxiais e biaxiais de tração.

**Tabela 5 – Propriedades mecânicas obtidas dos ensaios uniaxiais e biaxiais**

ENSAIO UNIAXIAL - Sansuy® MP-1400										
DIREÇÃO DO CARREGAMENTO										
Longitudinal-1 (urdume)			Transversal-2 (trama)			45° - 3 (45 graus)				
E <sub>1</sub>	v <sub>21</sub>	v <sub>31</sub>	E <sub>2</sub>	v <sub>12</sub>	v <sub>32</sub>	E <sub>3</sub>	v' <sub>31</sub>	v' <sub>21</sub>	G <sub>12</sub>	
2,01 GPa	0,33	0,33	1,80 GPa	0,28	0,31	1,11 GPa	0,40	1,24	0,343 GPa	
ENSAIOS BIAXIAIS										
DIREÇÃO DO CARREGAMENTO										
	Longitudinal - 1 (urdume)		Transversal - 2 (trama)		45° - 3 (45 graus)					
	E <sub>1</sub>	v <sub>21</sub>	E <sub>2</sub>	v <sub>12</sub>	E <sub>3</sub>	G <sub>12</sub>				
1. Sansuy® MP-1400	2,5 GPa	0,405	2,6 GPa	0,389	2,5 GPa	0,913 GPa 0,887 GPa				
2. Ferrari® FLUOTOP T	2,7 GPa	0,439	5,2 GPa	0,228	—	1,423 GPa				
3. Mehler Haku® Tipo III	3,7 GPa	—	3,7 GPa	—	—	—				

Comparando-se os resultados obtidos por meio dos ensaios uniaxiais com aqueles obtidos pelos ensaios biaxiais realizados nesta pesquisa, verifica-se que os ensaios biaxiais conduziram a valores maiores para os módulos de elasticidade longitudinais e transversais em relação aos valores obtidos pelos ensaios uniaxiais. No caso do módulo de elasticidade longitudinal, esta diferença foi cerca de 20% maior para a direção dos urdumes, 30% maior para a direção das tramas e 55% maior para fibras a 45°. Para o módulo de elasticidade transversal, esta diferença chegou a 60%.

Nos dois tipos de ensaios realizados nesta pesquisa, os coeficientes de Poisson  $v_{21}$  e  $v_{12}$ , apresentaram diferenças da ordem de 18% e 28%, respectivamente, praticamente equivalentes às diferenças encontradas para os valores do módulo de elasticidade longitudinal.

Comparando os valores dos módulos de elasticidade transversal, obtidos nos ensaios biaxiais,  $G_{12} \cong 0,913 \text{ GPa}$  e  $G_{12} \cong 0,887 \text{ GPa}$  determinados por meio de métodos diferentes, expressões (5) e (4), tem-se uma diferença de apenas 3%.

## 9 AVALIAÇÃO DA HIPÓTESE DE ORTOTROPIA DOS TECIDOS ESTRUTURAIS

Substituindo os valores experimentais dos coeficientes elásticos  $E_i$  e  $v_{ij}$  para o tecido tipo 1, mostrados na tabela 5, nas expressões resultantes da hipótese de ortotropia combinada com a simetria da matriz de coeficientes elásticos, obtém-se:

$$\frac{v_{12}}{E_2} = \frac{v_{21}}{E_1} \Rightarrow \frac{v_{12}}{E_2} = \frac{0,28}{1,8} \cong 0,155 \quad \text{e} \quad \frac{v_{21}}{E_1} = \frac{0,33}{2,01} \cong 0,164 \quad (12)$$

Estes valores apresentam uma diferença de cerca de 5,48%, o que implica na validade da hipótese de ortotropia, pois esta diferença é considerada aceitável na engenharia.

Tendo em vista a avaliação do grau de anisotropia destes tecidos, calculou-se, por meio das expressões (6) e dos resultados dos ensaios uniaxiais, três parâmetros ( $k$ ,  $m$  e  $n$ ) que relacionam as constantes elásticas  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $v_{21}$  e  $G_{12}$  a seguir:

$$k = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} = \sqrt{\frac{2,01}{1,80}} = 1,054 \quad (13)$$

$$m = \frac{E_1}{G_{12}} - 2v_{21} = \frac{2,01}{0,343} - 2 \times 0,33 = 5,169 \quad (14)$$

$$n = \sqrt{2k + m} = \sqrt{2 \times 1,054 + 5,169} = 2,698 \quad (15)$$



O valor de  $k = 1,054$ , aproximadamente unitário, permite concluir que o tecido apresenta baixo grau de anisotropia. Além disso, nos materiais isotrópicos o valor de  $n$  é igual a 2, variando conforme a tabela 6 para outros materiais estruturais. Esta análise foi feita considerando-se os dois tipos de ensaio. Os valores dos parâmetros de avaliação do grau de ortotropia dos ensaios biaxiais para os tecidos tipo 1 e 2 encontram-se na tabela 6. Estes valores foram calculados da mesma maneira apresentada para os ensaios uniaxiais, substituindo-se os valores das constantes elásticas determinadas para estes tipos de tecido, tabela 5. Verifica-se que o tecido tipo 1 se comporta de modo mais isotrópico em condição de solitação biaxial. O tecido tipo 2 se comporta de modo mais anisotrópico do que o tecido tipo 1.

**Tabela 6 – Valores dos parâmetros  $k$  e  $n$  para diferentes materiais. Fonte: adaptado de Lekhnitskii [77] apud Almeida [90]**

	k	n
Madeira compensada de Virola, Almeida (1990)	1,72	4,7
Plásticos reforçados com fibra de vidro		
unidirecional	2,01	3,67
bidirecional	1,17	3,08
Tecidos de fibra de poliéster com PVC - tipo 1		
unidirecional	1,054	2,70
bidirecional	0,98	1,97
Tecidos de fibra de poliéster com PVC e PVDF - tipo 2 (bidirecional)	0,72	1,57

Verifica-se, pela tabela 6, que os tecidos a base de poliéster apresentam resultados mais compatíveis com os plásticos do que com as madeiras compensadas, que são materiais com maior grau de anisotropia.

## 10 CONCLUSÕES

Os valores dos módulos de elasticidade longitudinal e dos coeficientes de Poisson determinados pelos ensaios biaxiais de tração para os tecidos tipo 1 (MP-1400) foram maiores do que aqueles obtidos pelos ensaios uniaxiais de tração. O que pode ser explicado pela restrição imposta às fibras quando o carregamento é aplicado simultaneamente nas duas direções principais, onde as fibras ortogonais trabalham juntas de modo a restringir a deformação uma das outras.

Os valores dos módulos de elasticidade transversal dos ensaios biaxiais obtidos por diferentes métodos, tabela 5, são praticamente equivalentes representando uma diferença de apenas 3%.

Uma vez que a ruptura parece se propagar a partir de pontos de concentração de tensões, os ensaios permitem apenas afirmar que os tecidos resistem a pelo menos aos valores de resistência encontrados nesta pesquisa, pois a resistência de um tecido isento de concentração de tensões é naturalmente superior aos valores encontrados.

Diante dos resultados encontrados, tabela 5, é possível dizer que os tecidos apresentam uma certa variação de suas propriedades mecânicas, o que justifica procedimentos de controle rigoroso dentro de lotes do produto para realização dos projetos.

A validade da hipótese de ortotropia para os tecidos avaliados nesta pesquisa foi constatada, sendo possível afirmar que nas condições de solitação biaxial o tecido se comporta de modo mais isotrópico, pois  $n$  se aproxima mais de 2. O tecido tipo 2 (FLUOTOP T) apresentou maior grau de anisotropia do que o tecido do tipo 1 (MP-1400).

**Referências Bibliográficas**

- [1] ALMEIDA, P. A. O. **Estruturas de Grande Porte de Madeira Composta**. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade São Paulo. São Paulo, 1990.
- [2] ALVIM, R. A. A. **Avaliação Experimental de Propriedades Mecânicas Dos Tecidos Estruturais**. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade São Paulo. São Paulo, 2003.
- [3] LEKHNITSKII, S. G. **Anisotropic Plates**. USA: Gordon and Breach, Science Publishers. Nova Iorque, 1968.
- [4] MAJOWIECKI, M. **Tensostrutture: Progetto e verifica**. CISIA, Milão, Itália, 1985.
- [5] OTTO, F. **Lufthallenhandbuch – Air Hall Handbook**. Instituts für leiche Flächentragwerke, Universität Stuttgart, Nr.15, (Edição bilíngue), 1982.
- [6] PAULETTI, R. M. O. **História, Análise e Projeto das Estruturas Retesadas**. Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para o concurso à Livre-Docência junto ao Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. São Paulo, 2003.
- [7] TROITSKY, M. S. **Orthotropic Bridges – Theory and Design**. 2. ed. Ohio: The James F. Lincon Arc Welding Foundation, 1987.