



17 a 21 de Mayo de 2004
Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Cuyo.
Mendoza. Argentina.

Jornadas Sud-Americanas de Ingeniería Estructural

Aplicação de Redes Neurais Artificiais à Engenharia de Estruturas

Cayo Pardos Lastiri, Mestre em Engenharia Civil, EPUSP, Brasil
cplastiri@ig.com.br

Ruy Marcelo de Oliveira Pauletti, Professor Associado, EPUSP, Brasil
pauletti@usp.br

RESUMO

Neste artigo é estudada a aplicação de redes neurais artificiais (RNA) à engenharia de estruturas. RNA constituem hoje uma forte ferramenta computacional, utilizada em diferentes áreas da ciência, e são inspiradas na estrutura neural de organismos inteligentes, que adquirem conhecimento através da experiência. A utilização desta ferramenta tem como objetivo a exploração de métodos alternativos para a análise estrutural, que forneçam resultados com rapidez e segurança.

A teoria das RNA é brevemente discutida, e são apresentadas duas aplicações práticas, onde redes neurais artificiais são implementadas utilizando-se planilhas eletrônicas: o dimensionamento de uma viga em concreto armado, e a análise de uma chapa de aço com um furo no centro.

ABSTRACT

This paper investigates the application of artificial neural networks to structural engineering. Artificial neural networks are based on intelligent organism neural networks, which learn by experience, and constitute a powerful computational tool, used in different areas of science. The purpose of present application is to explore alternative methods in structural analysis, able to provide fast and safe results.

The artificial neural network theory is briefly reviewed, and two practical implementation of the concept using electronic spreadsheets are presented: the design of a reinforced concrete beam, and the analysis of a steel plate with a central hole.

1 INTRODUÇÃO

Em qualquer problema de engenharia a busca por uma solução adequada e rápida é constante, mas esta busca nem sempre é uma tarefa simples, e incorre em um custo que deve ser incorporado ao custo total do projeto que visa resolver este problema. Os profissionais da área de engenharia, assim como os de outras áreas, estão sempre procurando aprimorar os processos de realização de seus projetos. Atualmente existem ferramentas utilizadas para este aprimoramento, baseadas em diferentes princípios. A aplicação de redes neurais artificiais à engenharia de estruturas é uma tentativa de explorar uma ferramenta alternativa, que complemente as ferramentas já existentes.

Neste artigo a teoria das redes neurais artificiais (RNA) é brevemente discutida, e são desenvolvidas duas aplicações práticas, concluindo-se que as RNA podem ser aplicadas com sucesso à engenharia de estruturas, empregando programas de fácil acesso e manuseio, como é o caso das planilhas eletrônicas.

Para a implementação das RNA estudadas neste trabalho, adotou-se o programa Microsoft® Excel. É razoável supor que a implementação desenvolvida com este programa possa ser reproduzida com outras boas planilhas eletrônicas disponíveis no mercado. Contudo, o programa escolhido é reconhecidamente o de maior disseminação, constituindo uma boa escolha, no que diz respeito ao escopo do presente trabalho.

2 TEORIA DAS REDES NEURAIIS ARTIFICIAIS

2.1 O QUE SÃO REDES NEURAIIS ARTIFICIAIS

Redes Neurais Artificiais são técnicas computacionais que apresentam um modelo matemático inspirado na estrutura neural de organismos inteligentes, e que adquirem conhecimento através da experiência (Mehrotra [1], Kovács [2], Chester, [3], Lastiri [4]). O termo “conhecimento” aqui representa a simples capacidade da rede neural artificial de relacionar informações de forma coerente, sendo apenas uma analogia ao conhecimento adquirido por redes neurais naturais.

O sistema nervoso é formado por um conjunto extremamente complexo de células, os neurônios. Eles têm um papel essencial na determinação do funcionamento do corpo humano e do raciocínio. Os neurônios se comunicam através de sinapses, que são regiões onde dois neurônios entram em contato, e através da qual os impulsos nervosos são transmitidos entre eles. Os impulsos recebidos por um neurônio produzem uma substância neurotransmissora, que flui deste, através da sinapse, podendo atingir um outro neurônio. O neurotransmissor pode inibir ou excitar a geração de pulsos neste outro neurônio. Analogamente, uma RNA é composta por várias unidades de processamento, correspondentes aos neurônios. Essas unidades, geralmente são conectadas entre si por pesos, que são valores numéricos representando as sinapses entre os neurônios, e determinam o efeito que o pulso de saída de uma unidade terá sobre a entrada da unidade seguinte. A disposição das unidades de processamento de uma RNA, ou seja, sua arquitetura, associada à configuração dos pesos das conexões entre as unidades é que determinam seu comportamento inteligente.

2.2 ARQUITETURA DAS REDES NEURAS ARTIFICIAIS

Arquiteturas neurais são normalmente organizadas em camadas, com unidades que podem estar conectadas às unidades de outras camadas. A quantidade de camadas em uma rede neural artificial, assim como a quantidade de unidades em cada camada pode variar muito, mas necessariamente tem-se a camada de entrada de dados e a camada de saída, que representa os resultados obtidos pela rede. O número de camadas intermediárias é variável.

As redes tratadas neste artigo são do tipo progressiva, onde as unidades de uma camada são conectadas somente às unidades da camada imediatamente anterior e da camada imediatamente posterior, conforme indicado na figura 1.

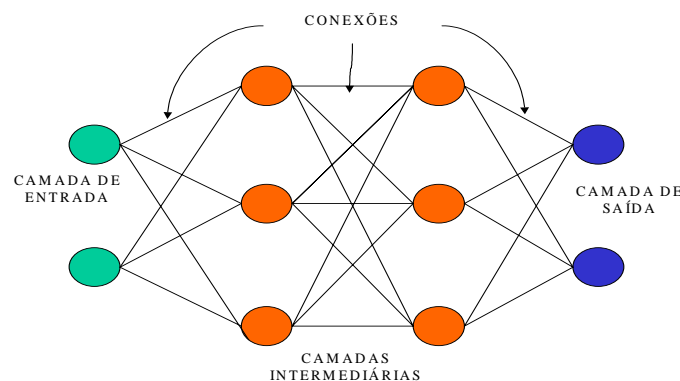


Figura 1 – Arquitetura genérica de uma rede neural artificial do tipo progressiva

2.3 FUNCIONAMENTO DAS REDES NEURAS ARTIFICIAIS

O princípio básico das RNA é o de que elas podem adquirir “conhecimento” com a experiência, ou seja, podem “aprender” através de exemplos ou problemas conhecidos que sejam apresentados à elas. E este processo inicia-se quando se precisa obter a solução para um determinado grupo de problemas, cuja solução é conhecida para uma série de problemas semelhantes. Monta-se então uma RNA com uma camada de entrada, composta por: N unidades, que receberão os N dados de entrada do problema; camadas intermediárias ou escondidas cujo número pode variar em função do problema; e uma camada de saída, composta por M unidades, que deverão fornecer os M dados de saída que caracterizam a solução do problema.

Considerando-se os problemas cuja solução é conhecida, deve-se obter o conjunto dos pesos das conexões entre todas as unidades da rede neural artificial, assim como os valores das suas entradas independentes (valores que interferem no seu funcionamento, mas que não estão relacionados com outras unidades da rede), de modo que a rede relacione de forma adequada as entradas e saídas dos problemas. Esta obtenção dos pesos é realizada através de um processo conhecido como *treinamento* da RNA.

O processamento dos dados por uma RNA consiste na transmissão dos dados de entrada para as unidades da primeira camada intermediária, onde estes serão processados, gerando informações que serão passadas para a camada seguinte, e assim sucessivamente até que sejam obtidos os resultados na camada de saída da rede. A operação de uma unidade de processamento, cujo esquema de funcionamento é apresentado na figura 2, pode ser resumida da seguinte maneira: sinais resultantes do processamento em diversas unidades, ou provenientes da camada de entrada, são enviados às unidades com as quais estão relacionadas; estes sinais são multiplicados pelos pesos, que indicam a interação entre a unidade que envia o sinal e aquela que o recebe; é computada a soma destas multiplicações, que deve ser somada à entrada independente da unidade, obtendo-se o valor total de entrada da unidade em questão; a unidade então irá processar o valor de entrada, produzindo uma determinada saída, que será o sinal a ser enviado para as unidades da camada seguinte. Este processamento é feito através de uma função, chamada de função de ativação da unidade.

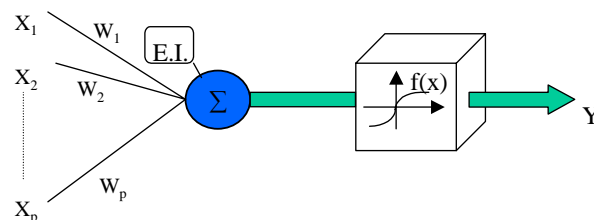


Figura 2 – Esquema de funcionamento de uma unidade da RNA

No esquema apresentado na figura 2, X_p são os sinais recebidos pela unidade, W_p são os pesos, ou conexões, E.I. é o valor da entrada independente desta unidade, $f(x)$ é a sua função de ativação, e Y é a saída da unidade.

2.4 TREINAMENTO DE UMA REDE NEURAL ARTIFICIAL

O treinamento de uma RNA ocorre através de um processo iterativo de ajuste dos pesos que representam as conexões entre as unidades da rede, assim como o ajuste das entradas independentes. O algoritmo de treinamento aqui utilizado é conhecido como regra Delta generalizada, ou retro-propagação do erro, Kovács [2]. A idéia deste algoritmo é propagar o erro encontrado na última camada da rede neural, que é exatamente o erro entre a resposta final da rede e a resposta esperada, para as camadas subsequentes da RNA, e desta forma permitir o ajuste dos pesos entre todas as camadas, até chegar-se à camada de entrada da rede.

Supondo-se que se pretenda treinar uma rede com uma camada de entrada, uma camada oculta e uma camada de saída, contendo esta última J_2 elementos. O objetivo do treinamento é a determinação de um vetor de pesos W^* que minimize o erro quadrático sobre um conjunto de treinamento $\psi = \{(x_i^d, y_i^d)\}_{i=1}^L$. Este conjunto é formado por L pares (x^d, y^d) ; onde x^d = entradas e y^d = saídas).

A retro-propagação do erro define a equação (1) para a correção dos pesos.

$$w_j(k+1) = w_j(k) - \eta \frac{d}{dw_j} E(\vec{w}(k)) \quad (1)$$

Onde η é o passo de treinamento, k é o número da iteração no processo de treinamento e o erro quadrático $E(\vec{w})$ é dado pela equação (2).

$$E(\vec{w}) = \sum_{l=1}^L \sum_{j2=1}^{J2} (y_{j2,l} - y_{j2,l}^d)^2 \quad (2)$$

Sendo $y_{j2,l}$ a saída encontrada pela rede e $y_{j2,l}^d$ a saída esperada.

No momento em que o gradiente $\frac{d}{dw_j} E(\vec{w}(k))$ entra na equação de correção dos pesos, o erro quadrático $E(\vec{w}(k))$ é propagado para todas as camadas da rede. A correção dos pesos deve ser repetida até que se chegue a um valor de erro quadrático inferior a um parâmetro ξ previamente estabelecido.

Após a obtenção dos pesos ideais para a rede, esta deverá ser testada. Este teste é feito tomando-se problemas cujas soluções são conhecidas, mas que não foram utilizados no processo de treinamento da rede, e verificando-se se para os dados de entrada destes problemas, a rede neural apresenta como resultado a solução esperada. Se o teste for bem sucedido, e for concluído que a rede foi bem construída e bem treinada, então pode-se utilizá-la para a obtenção da solução de outros problemas semelhantes.

3 DIMENSIONAMENTO DE SEÇÃO TRANSVERSAL DE VIGAS RETANGULARES EM CONCRETO ARMADO

O primeiro caso proposto como aplicação prática neste artigo é o dimensionamento de uma seção retangular de uma viga em concreto armado, submetida a flexão normal composta e cisalhamento. A proposta é desenvolver uma RNA capaz de relacionar de forma coerente dados utilizados para o dimensionamento da viga com os resultados do dimensionamento.

Os dados de entrada da rede serão: M - momento fletor (kgm); N - força normal (kg); n - ponto de aplicação de N , medido a partir da borda superior (cm); V - força cortante (kg); b - base da seção transversal (cm); R - relação entre o custo do m^3 do aço e o custo do m^3 do concreto (\$ca/\$cc). Por sua vez, os dados de saída da rede serão: A_s - armadura positiva (cm^2); $A_{s'}$ - armadura negativa (cm^2); A_{sw} - armadura de cisalhamento (cm^2/m); h - altura da seção transversal (cm).

Para treinar e testar a rede neural artificial que será desenvolvida é necessário conhecer a solução do dimensionamento para algumas seções de concreto armado semelhantes. Este conjunto de treinamento e teste foi obtido através do dimensionamento convencional de alguns casos,

considerando-se o equilíbrio na seção transversal da viga, e não será aqui detalhado. Para o treinamento da RNA foram utilizados 500 casos distintos, entretanto neste trabalho apenas 15 deles serão apresentados, a título ilustrativo, na tabela 1.

Tabela 1 – Dados utilizados para o treinamento da RNA

Dados de entrada do problema						Dados de saída esperados			
M (kg*m)	V (kg)	N (kg)	Zn (cm)	b (cm)	Cc/ca	h (cm)	A_s (cm ²)	A_s' (cm ²)	A_{sw} (cm ²)
3000,00	1000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	26,70	5,67	0,62	2,10
4000,00	1000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	30,10	6,59	0,62	2,10
5000,00	1000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	33,20	7,36	0,62	2,10
6000,00	1000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	35,90	8,09	0,62	2,10
7000,00	1000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	38,40	8,76	0,62	2,10
8000,00	1000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	40,80	9,35	0,62	2,10
3000,00	2000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	26,70	5,67	0,62	2,10
4000,00	2000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	30,10	6,59	0,62	2,10
5000,00	2000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	33,20	7,36	0,62	2,10
6000,00	2000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	35,90	8,09	0,62	2,10
7000,00	2000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	38,40	8,76	0,62	2,10
8000,00	2000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	40,80	9,35	0,62	2,10
3000,00	3000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	26,70	5,67	0,62	3,31
4000,00	3000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	30,10	6,59	0,62	2,67
5000,00	3000,00	1000,00	5,00	15,00	40,00	33,20	7,36	0,62	2,22

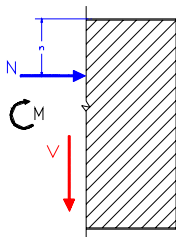


Figura 3 – Esforços solicitantes

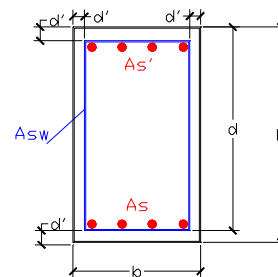


Figura 4 – Características geométricas

Com a definição dos dados de entrada e de saída da RNA, as suas camadas de entrada e de saída ficam definidas, com seis e quatro unidades em cada uma respectivamente. A definição do número de camadas ocultas e do número de unidades nestas camadas não é imediata. Após a realização de vários testes, com configurações diferentes, chegou-se a uma arquitetura, com uma camada intermediária contendo 12 unidades, para a qual o treinamento e o teste da rede foram satisfatórios.

É importante obter-se um equilíbrio na arquitetura da RNA, onde o número de camadas intermediárias, e o número de unidades nestas camadas, permitam um funcionamento adequado da rede, sem no entanto torná-la muito pesada, o que dificultaria o seu treinamento. O acréscimo de cada unidade na rede implica no aumento de uma série de operações matemáticas no processo de treinamento. Se multiplicarmos estas operações pelo número de casos utilizados no treinamento, teremos um grande número de operações. O acréscimo de muitas unidades, ou de camadas inteiras, torna o treinamento da RNA mais lento. Desta forma deve-se introduzir na rede somente as unidades ou camadas necessárias, buscando-se uma arquitetura ao mesmo tempo eficaz e eficiente.

A implementação das RNA utilizadas para o dimensionamento da seção transversal em concreto armado foi feita utilizando-se planilhas eletrônicas, devido às facilidades que estas ferramentas oferecem, sob diversos aspectos. A estrutura destas planilhas, em células, permite uma fácil implementação das unidades da rede neural artificial. As diferentes camadas da rede são locadas em diferentes colunas da planilha, e as unidades de cada camada são distribuídas nas linhas da planilha. A simplicidade na programação das células, permitindo o relacionamento entre elas, possibilita a implementação das funções nas unidades da rede. E o recurso de cálculos iterativos, disponível em boas planilhas, permite o treinamento da rede baseado na retro-propagação do erro.

Ainda outro aspecto que levou à adoção de planilhas eletrônicas como ferramenta de implementação das RNA neste trabalho, tão importante ou mais que as facilidades oferecidas na implementação, é a grande disponibilidade deste tipo de programa, que pode ser encontrado praticamente em qualquer computador pessoal. Esta disponibilidade permite a utilização de redes neurais artificiais sem a necessidade de se adquirir programas específicos para este fim.

Após a implementação da rede neural artificial por meio de planilhas eletrônicas, a rede pode ser treinada, com base no conjunto de dados obtidos anteriormente para o treinamento.

Para o treinamento da rede neural artificial será utilizada a retro-propagação do erro. Entretanto, como critério de parada para o treinamento será utilizada a média de erros relativos sobre os valores do problema, dada pela equação (3).

$$\xi(\vec{w}) = \frac{\sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^4 \left| \frac{y_{j2,l} - y_{j2,l}^d}{y_{j2,l}^d} \right|}{4L} \quad (3)$$

Para este problema será adotado o critério de parada $\xi(\vec{w}) < 2 \cdot 10^{-2}$.

É importante ressaltar que o processo de treinamento tem grande interferência na elaboração da arquitetura da rede neural artificial, e no próprio desenvolvimento da planilha eletrônica, pois os resultados obtidos no treinamento servem de parâmetros para alterar a estrutura da rede e da planilha. A arquitetura da rede apresentada é o resultado de várias tentativas de treinamento com arquiteturas diferentes. A cada tentativa em que o treinamento não é possível, ou apresenta resultados não satisfatórios, alterações na rede e na planilha são realizadas. O erro relativo final obtido foi: $\xi = 0,90 \cdot 10^{-2}$, sendo inferior ao limite pré-estabelecido.

Na figura 5 é apresentado um gráfico que indica a convergência do erro ao longo do treinamento.

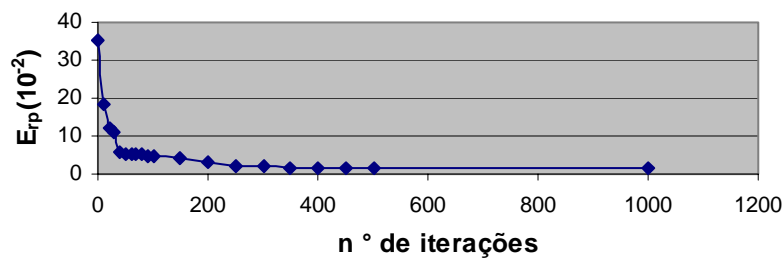


Figura 5 - Convergência do erro relativo ao longo do treinamento da rede

No decorrer do trabalho pôde-se notar que alguns fatores têm grande influência nos resultados do treinamento da RNA. A adoção de passos de treinamento baixos, apesar de tornar a convergência do erro mais lenta, inibe a ocorrência de oscilações durante o treinamento, o que beneficia o processo como um todo. Outro fator importante é a re-escala dos dados de entrada e saída do problema, onde os valores reais do problema são alterados para intervalos da mesma ordem de grandeza dos valores envolvidos no processamento interno da rede. Este artifício, aparentemente desnecessário, melhora muito o desempenho da rede, e resulta em uma convergência mais rápida do erro.

Outro aspecto de grande importância para o treinamento da RNA é o número de casos conhecidos utilizados. Um número reduzido de casos facilita o treinamento, primeiro porque reduz o número de operações matemáticas necessárias em cada iteração, mas principalmente porque exige que a rede se adapte a um número reduzido de situações, ou seja, a rede deve ser capaz de relacionar de forma coerente um número reduzido de pares (Entrada, Saída), mas pode comprometer o seu desempenho quando for efetivamente utilizada. É por este motivo que os testes na rede são necessários, para avaliar se esta, mesmo treinada com erro satisfatório, é capaz de apresentar erro também satisfatório quando aplicada a casos não utilizados no treinamento.

Um bom desempenho nos testes é que qualifica a RNA para ser utilizada na obtenção de resultados em novos casos propostos. É importante obter-se um equilíbrio entre o tamanho do conjunto de treinamento e os resultados nos testes da RNA, de forma a garantir um desempenho eficaz e seguro desta ferramenta, sem que a sua obtenção apresente custos elevados. Neste problema foi admitido um erro máximo nos testes da rede de $\xi(\bar{w}) < 2 \cdot 10^{-2}$. O erro relativo final obtido nos testes para os valores reais do problema foi de $E_{rp} = 1,654 \cdot 10^{-2}$, sendo inferior ao limite pré-estabelecido, indicando que a rede foi treinada com sucesso. Nas tabelas 2 e 3 respectivamente são apresentados alguns resultados obtidos no treinamento e no teste da rede.

Tabela 2 – Resultados do treinamento da RNA

Dados de saída esperados								Dados de saída encontrados				Média de erros no treinamento	
												0,90%	
Dados de saída esperados				Dados de saída encontrados				Erros Relativos					
h (cm)	A _s (cm ²)	A _s ' (cm ²)	A _{sw} (cm ²)	h (cm)	A _s (cm ²)	A _s ' (cm ²)	A _{sw} (cm ²)	h (cm)	A _s (cm ²)	A _s ' (cm ²)	A _{sw} (cm ²)		
26,70	5,67	0,62	2,10	26,82	5,73	0,62	2,02	0,43%	1,09%	0,00%	3,71%		
30,10	6,59	0,62	2,10	29,93	6,55	0,62	1,97	0,55%	0,66%	0,00%	6,14%		
33,20	7,36	0,62	2,10	33,05	7,36	0,62	1,98	0,45%	0,03%	0,00%	5,80%		
35,90	8,09	0,62	2,10	35,97	8,10	0,62	2,03	0,19%	0,12%	0,00%	3,29%		
38,40	8,76	0,62	2,10	38,56	8,77	0,62	2,12	0,41%	0,01%	0,00%	0,81%		
40,80	9,35	0,62	2,10	40,77	9,34	0,62	2,22	0,07%	0,12%	0,00%	5,88%		
26,70	5,67	0,62	2,10	26,87	5,71	0,62	2,39	0,65%	0,78%	0,00%	13,75%		
30,10	6,59	0,62	2,10	30,00	6,54	0,62	2,18	0,34%	0,78%	0,00%	3,97%		
33,20	7,36	0,62	2,10	33,11	7,36	0,62	2,09	0,28%	0,02%	0,00%	0,65%		
35,90	8,09	0,62	2,10	36,01	8,11	0,62	2,07	0,30%	0,18%	0,00%	1,29%		
38,40	8,76	0,62	2,10	38,58	8,77	0,62	2,12	0,47%	0,11%	0,00%	0,93%		
40,80	9,35	0,62	2,10	40,78	9,35	0,62	2,20	0,06%	0,00%	0,00%	4,94%		
26,70	5,67	0,62	3,31	26,92	5,70	0,62	3,23	0,81%	0,63%	0,00%	2,47%		
30,10	6,59	0,62	2,67	30,05	6,54	0,62	2,75	0,17%	0,84%	0,00%	2,87%		
33,20	7,36	0,62	2,22	33,15	7,36	0,62	2,44	0,15%	0,02%	0,00%	10,10%		

Tabela 3 – Resultados do teste da RNA

Dados de saída esperados								Dados de saída encontrados				Média de erros nos testes	
												1,654%	
Dados de saída esperados				Dados de saída encontrados				Erros Relativos					
h (cm)	A _s (cm ²)	A _s ' (cm ²)	A _{sw} (cm ²)	h (cm)	A _s (cm ²)	A _s ' (cm ²)	A _{sw} (cm ²)	h (cm)	A _s (cm ²)	A _s ' (cm ²)	A _{sw} (cm ²)		
26,65	5,69	0,62	5,85	26,95	5,72	0,62	5,68	1,12%	0,44%	0,00%	2,95%		
25,15	6,98	0,62	4,10	25,04	6,95	0,62	4,18	0,43%	0,43%	0,00%	1,97%		
38,95	8,65	0,62	2,10	39,06	8,67	0,62	2,12	0,29%	0,19%	0,00%	0,82%		
26,85	7,36	0,62	2,80	26,62	7,37	0,62	2,71	0,84%	0,18%	0,00%	3,33%		
28,95	5,79	0,62	4,28	28,83	5,78	0,62	4,11	0,43%	0,18%	0,00%	3,89%		
27,75	8,09	0,62	4,51	27,64	8,01	0,62	4,51	0,39%	1,05%	0,00%	0,01%		
33,55	7,30	0,62	2,10	33,51	7,27	0,62	2,26	0,12%	0,42%	0,00%	7,60%		
31,85	9,16	0,62	2,80	31,88	9,23	0,62	2,68	0,09%	0,69%	0,00%	4,30%		
29,65	6,07	0,62	4,84	29,55	6,02	0,62	4,75	0,33%	0,92%	0,00%	1,74%		
29,05	8,42	0,62	2,80	28,92	8,41	0,62	2,75	0,45%	0,12%	0,00%	1,90%		

4 RESPOSTA ELASTO-PLÁSTICA DE UMA CHAPA DE AÇO SUBMETIDA A TRAÇÃO

O segundo caso proposto como aplicação prática neste trabalho é a determinação da carga crítica de tração em uma chapa de aço com um furo no centro, assim como a determinação dos deslocamentos em um ponto específico da chapa, em função de sua geometria, por meio de uma RNA. A geometria da chapa a ser estudada é apresentada na figura 6, e pode ser resumida em quatro parâmetros básicos: a largura da chapa, representada por a e medida em m; a altura da chapa, representada por b e medida em m; o raio do furo no centro da chapa, representado por r e medido em m; e a espessura da chapa, representada por t e medida em m. Neste exemplo a espessura da

chapa foi fixada em 1,00 cm, e não fará parte dos dados de entrada da RNA. O ponto da chapa onde se deseja conhecer os deslocamentos é representado pela letra P, indicado na figura 6.

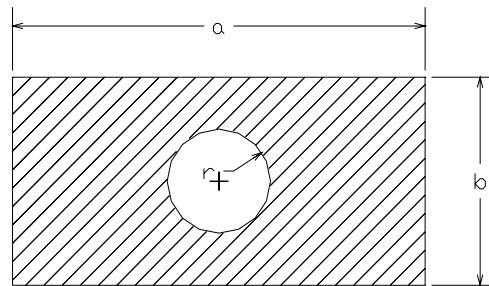


Figura 6 – Geometria da chapa de aço com um furo no centro

O material da chapa é o aço, e suas características físicas são: $E = 210 \text{ Gpa}$, $\nu = 0,3$, $\sigma_e = 250 \text{ MPa}$

Para a obtenção dos dados de treinamento e teste da RNA, foi utilizando um programa de análise por elementos finitos, o ANSYS, Inc. Release 6.1. Por se tratar de um problema com dupla simetria, foi considerado para a análise apenas um quarto da chapa, como é indicado na figura 7, sendo que as simetrias foram devidamente aplicadas ao modelo. A geometria inicial foi definida com os seguintes parâmetros:

$$a = 4,00 \text{ m} \quad b = 2,00 \text{ m} \quad r = 0,50 \text{ m}$$

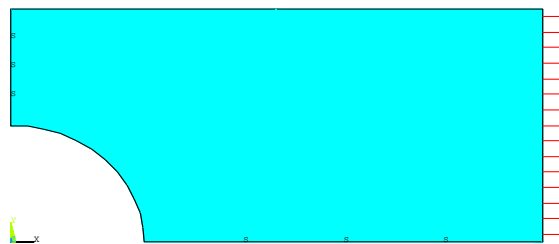


Figura 7 – Geometria do modelo utilizado para a análise

Para cada análise realizada foi simulada a aplicação de trações crescentes na chapa, até que ocorresse a ruptura da mesma. No caso da determinação da carga crítica de tração, por se tratar de um problema linear, esta poderia ser calculada analiticamente pela expressão indicada na equação (4), em função da tensão de escoamento:

$$P = \frac{\sigma_e \cdot (b - r) \cdot t}{(b \cdot t)} = \frac{250E6 \cdot (1 - 0,5) \cdot t}{(1 \cdot t)} = 125E6Pa \quad (4)$$

Para a determinação da carga crítica, pelo programa de elementos finitos, foi considerada a aplicação da carga imediatamente anterior a ruptura da peça. Para a determinação dos deslocamentos do ponto P, onde encontra-se a não-linearidade do problema, foram considerados três pontos da curva [Tração - Deslocamento U_x], lembrando que devido à simetria do problema, o ponto P apresenta deslocamentos somente na direção x , indicados por U_x . Os pontos da curva considerados foram os deslocamentos referentes a aplicação de 50%, 75% e 100% da tração crítica, como é indicado na figura 8.

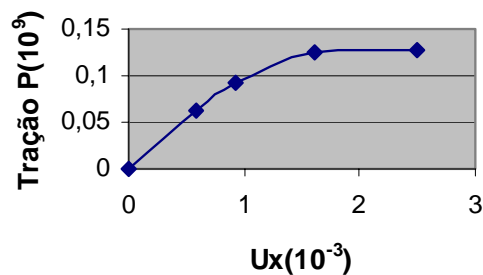


Figura 8 – Curva Tração -Deslocamento U_x , referente ao ponto P

O procedimento utilizado para a determinação da tração crítica e dos deslocamentos do ponto P para a geometria apresentada, foi repetido para diferentes geometrias, obtendo-se o conjunto de dados para o treinamento da rede, e o conjunto de dados para o seu teste, apresentados nas tabelas 4 e 5 respectivamente.

Com a definição dos dados de entrada e de saída da rede neural artificial as suas camadas de entrada e de saída ficam definidas, com três e quatro unidades em cada uma respectivamente. Quanto às camadas intermediárias, foi definida uma RNA com uma camada intermediária contendo 12 unidades.

Após implementada, a rede foi treinada e testada, adotando-se como critério de parada o erro $E_{rp} < 1 \cdot 10^{-2}$, e como critério de avaliação dos testes o erro $E_{rt} < 5 \cdot 10^{-2}$.

O treinamento da rede foi concluído com a obtenção de um erro de $E_{rp} = 0,95 \cdot 10^{-2}$. E para os testes da RNA obteve-se um erro de $E_{rt} = 3,99 \cdot 10^{-2}$.

Tabela 4 – Conjunto de dados para o treinamento da RNA

Dados de entrada do problema			Dados de saída esperados			
a/2 (m)	b/2 (m)	r (m)	Pcr (10^9 Pa)	Ux 50% (10^{-3} m)	Ux 75% (10^{-3} m)	Ux 100% (10^{-3} m)
1,000	0,500	0,300	0,103	0,331	0,531	0,964
1,000	0,500	0,400	0,052	0,351	0,537	0,885
1,500	0,500	0,300	0,102	0,325	0,516	1,084
1,500	0,500	0,400	0,051	0,338	0,515	0,995
1,500	1,000	0,300	0,165	0,415	0,662	1,558
1,500	1,000	0,500	0,125	0,654	1,041	2,209
1,500	1,000	0,600	0,100	0,773	1,245	2,445
2,000	0,500	0,300	0,101	0,326	0,509	0,969
2,000	0,500	0,400	0,051	0,337	0,518	1,033
2,000	1,000	0,300	0,174	0,405	0,643	1,327
2,000	1,000	0,500	0,124	0,591	0,929	1,614
2,000	1,000	0,600	0,100	0,667	1,049	2,087
2,000	1,500	0,300	0,200	0,451	0,744	1,605
2,000	1,500	0,400	0,183	0,579	0,943	2,431
2,000	1,500	0,600	0,150	0,861	1,403	3,440
2,500	0,500	0,300	0,101	0,351	0,510	0,975
2,500	0,500	0,400	0,051	0,339	0,519	1,279
2,500	1,000	0,300	0,174	0,406	0,647	1,442
2,500	1,000	0,400	0,149	0,509	0,804	1,697
2,500	1,000	0,500	0,124	0,593	0,936	1,714
2,500	1,000	0,600	0,100	0,657	1,035	2,436
2,500	1,500	0,300	0,199	0,441	0,709	1,839
2,500	1,500	0,400	0,182	0,606	0,903	2,169
2,500	1,500	0,600	0,149	0,820	1,321	2,778
2,500	2,000	0,300	0,212	0,481	0,794	1,756
2,500	2,000	0,500	0,186	0,753	1,226	3,307
2,500	2,000	0,600	0,174	0,923	1,525	3,975

Tabela 5 – Conjunto de dados para o teste da RNA

Dados de entrada do problema			Dados de saída esperados			
a/2 (m)	b/2 (m)	r (m)	Pcr (10^9 Pa)	Ux 50% (10^{-3} m)	Ux 75% (10^{-3} m)	Ux 100% (10^{-3} m)
1,500	0,500	0,350	0,076	0,344	0,571	0,982
1,500	1,000	0,400	0,149	0,514	0,887	1,773
2,000	1,000	0,400	0,149	0,506	0,794	1,576
2,000	1,500	0,500	0,166	0,718	1,163	2,958
2,500	1,500	0,500	0,166	0,719	1,162	2,396
2,500	2,000	0,400	0,199	0,608	0,991	2,441

Na figura 9 é apresentado um gráfico que indica a convergência do erro (E_{rp}) ao longo do treinamento.

Convergência do erro ao longo do treinamento

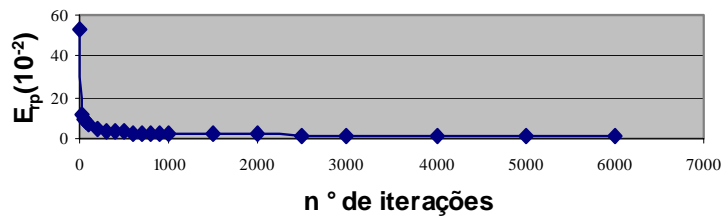


Figura 9 - Gráfico [Erro - Iterações] ao longo do treinamento da RNA

Os resultados obtidos no treinamento e teste da rede são apresentados nas tabelas 6 e 7 respectivamente.

Tabela 6 – Resultados do treinamento da RNA

Dados de saída esperados								Dados de saída encontrados				Média de erros no treinamento E_p
												0,95%
Tcr	Ux 50%	Ux 75%	Ux 100%	Tcr	Ux 50%	Ux 75%	Ux 100%	Erros Relativos				
(10^9 Pa)	(10^{-3} m)	(10^{-3} m)	(10^{-3} m)	(10^9 Pa)	(10^{-3} m)	(10^{-3} m)	(10^{-3} m)	Tcr	Ux 50%	Ux 75%	Ux 100%	
0,10	0,33	0,53	0,96	0,10	0,33	0,53	0,96	0,51%	0,04%	0,12%	0,08%	
0,05	0,35	0,54	0,89	0,05	0,35	0,54	0,88	1,43%	0,09%	1,08%	0,41%	
0,10	0,33	0,52	1,08	0,10	0,33	0,51	1,07	0,03%	1,00%	0,22%	1,23%	
0,05	0,34	0,52	1,00	0,05	0,34	0,51	1,00	0,37%	0,30%	0,22%	0,47%	
0,17	0,42	0,66	1,56	0,17	0,41	0,68	1,55	1,22%	0,28%	2,55%	0,24%	
0,13	0,65	1,04	2,21	0,12	0,65	1,04	2,22	0,80%	0,07%	0,09%	0,41%	
0,10	0,77	1,25	2,45	0,10	0,77	1,24	2,45	0,54%	0,25%	0,80%	0,00%	
0,10	0,33	0,51	0,97	0,10	0,33	0,51	0,98	0,16%	2,00%	0,66%	1,29%	
0,05	0,34	0,52	1,03	0,05	0,33	0,50	1,06	1,19%	1,86%	2,75%	2,57%	
0,17	0,41	0,64	1,33	0,17	0,39	0,63	1,33	1,38%	2,87%	1,99%	0,20%	
0,12	0,59	0,93	1,61	0,12	0,59	0,93	1,58	0,55%	0,36%	0,27%	1,89%	
0,10	0,67	1,05	2,09	0,10	0,67	1,06	2,09	0,31%	0,94%	1,26%	0,04%	
0,20	0,45	0,74	1,61	0,20	0,45	0,73	1,66	0,49%	1,26%	1,54%	3,59%	
0,18	0,58	0,94	2,43	0,18	0,59	0,94	2,40	0,35%	1,39%	0,51%	1,35%	
0,15	0,86	1,40	3,44	0,15	0,86	1,41	3,44	0,97%	0,16%	0,76%	0,12%	
0,10	0,35	0,51	0,98	0,10	0,34	0,51	0,98	0,40%	2,47%	0,87%	0,86%	
0,05	0,34	0,52	1,28	0,05	0,34	0,53	1,24	0,66%	1,73%	2,19%	2,70%	
0,17	0,41	0,65	1,44	0,17	0,41	0,64	1,47	0,13%	1,71%	0,61%	1,80%	
0,15	0,51	0,80	1,70	0,15	0,52	0,80	1,65	0,09%	1,55%	0,00%	2,56%	
0,12	0,59	0,94	1,71	0,12	0,59	0,93	1,77	0,63%	0,41%	0,61%	3,08%	
0,10	0,66	1,04	2,44	0,10	0,65	1,03	2,43	0,25%	0,47%	0,63%	0,15%	
0,20	0,44	0,71	1,84	0,20	0,45	0,72	1,77	0,67%	1,56%	1,44%	3,94%	
0,18	0,61	0,90	2,17	0,18	0,59	0,92	2,21	0,34%	2,73%	1,59%	1,76%	
0,15	0,82	1,32	2,78	0,15	0,82	1,32	2,77	1,08%	0,04%	0,28%	0,19%	
0,21	0,48	0,79	1,76	0,21	0,48	0,79	1,76	0,04%	0,57%	0,17%	0,09%	
0,19	0,75	1,23	3,31	0,19	0,76	1,22	3,31	0,14%	0,73%	0,59%	0,05%	
0,17	0,92	1,53	3,98	0,17	0,92	1,52	3,98	0,13%	0,28%	0,03%	0,14%	

Tabela – 7 Resultados do teste da RNA

Dados de saída esperados								Dados de saída encontrados				Erros Relativos			
Tcr	Ux 50%	Ux 75%	Ux 100%	Tcr	Ux 50%	Ux 75%	Ux 100%	Tcr	Ux 50%	Ux 75%	Ux 100%	Tcr	Ux 50%	Ux 75%	Ux 100%
(10 ⁹ Pa)	(10 ⁻³ m)	(10 ⁻³ m)	(10 ⁻³ m)	(10 ⁹ Pa)	(10 ⁻³ m)	(10 ⁻³ m)	(10 ⁻³ m)								
0,08	0,34	0,57	0,98	0,08	0,34	0,52	1,11	1,34%	2,54%	9,40%	13,17%				
0,15	0,51	0,89	1,77	0,15	0,53	0,85	2,04	0,39%	3,63%	3,99%	14,92%				
0,15	0,51	0,79	1,58	0,15	0,51	0,80	1,60	0,23%	1,24%	0,79%	1,63%				
0,17	0,72	1,16	2,96	0,16	0,73	1,17	3,01	1,69%	1,32%	0,32%	1,84%				
0,17	0,72	1,16	2,40	0,16	0,71	1,12	2,38	3,58%	0,96%	3,86%	0,57%				
0,20	0,61	0,99	2,44	0,20	0,59	0,95	2,38	1,66%	2,89%	4,51%	2,38%				

Média de erros nos testes
 E_{rt} 3,99%

Nas figuras 10 e 11 são apresentados gráficos comparativos entre os resultados esperados como resposta da rede, e os resultados encontrados, para a primeira e a terceira geometrias analisadas, respectivamente.

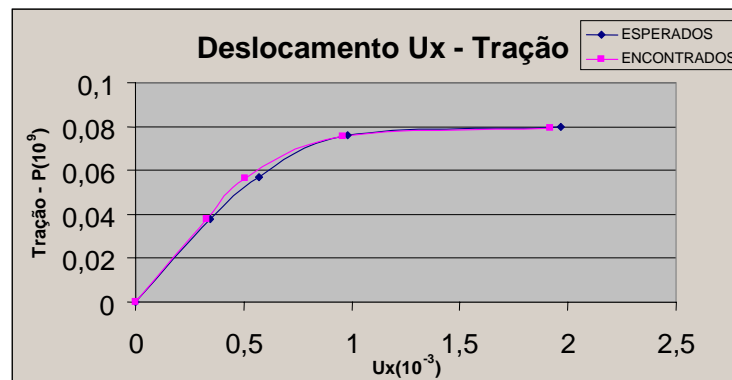


Figura 10 – Geometria (1)- Resultados esperados e resultados encontrados pela RNA

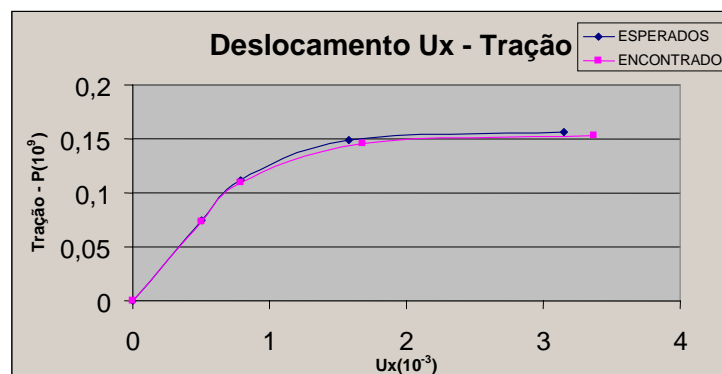


Figura 11– Geometria (3)- Resultados esperados, e resultados encontrados pela RNA

5 CONCLUSÕES

Neste artigo foi explorada com sucesso a aplicação de redes neurais artificiais à engenharia de estruturas. A teoria das RNA foi brevemente discutida, e as RNA propostas tanto para o dimensionamento de vigas em concreto armado, quanto para a análise da chapa com um furo no centro, submetida a tração, foram implementadas de forma satisfatória. Os resultados finais obtidos no treinamento das redes, para as duas aplicações práticas apresentadas, com erros inferiores aos previamente estabelecidos, indicam que as redes foram bem treinadas. E os resultados dos testes, com erros também menores que os previamente estabelecidos, indicam que as redes treinadas podem ser aplicadas para solucionar problemas semelhantes aos utilizados nos treinamentos.

Além do estudo de RNA, e da sua aplicação à engenharia de estruturas, um dos pontos fundamentais deste artigo é a forma como esta ferramenta foi implementada. Como já foi mencionado, existem programas comerciais próprios para o desenvolvimento e aplicação de RNA, mas cujo acesso nem sempre é fácil, o que de certa forma limita a sua utilização. A implementação proposta neste trabalho, utilizando-se planilhas eletrônicas, aumenta o campo de utilização de redes neurais artificiais, pois este programa é encontrado facilmente na grande maioria dos computadores pessoais.

Os resultados apresentando permitem concluir que redes neurais artificiais podem ser aplicadas à engenharia de estruturas com coerência e segurança. E mais do que isso, que esta ferramenta pode ser implementada de forma eficaz em programas de fácil acesso, como as planilhas eletrônicas disponíveis no mercado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Mehrotra, Kishan; Mohan, Chilukuri K. and Ranka, Sanjay, “Elements of Artificial Neural Networks”. *Massachusetts Institute of Technology*, 1997.
- [2] Kovács, Zsolt L., “Redes Neurais Artificiais Fundamentos e Aplicações”. *Collegium Cognitio*, 1996.
- [3] Chester, Michal, “Neural Networks A Tutorial”. *PTR Prentice Hall*, 1993.
- [4] Lastiri, C.P., “Aplicação de Redes Neurais Artificiais à Engenharia de Estruturas”. *EPUSP*, 2003.