

ANÁLISE DE ESTRUTURAS RETESADAS (TENSOESTRUTURAS), EMPREGANDO PROGRAMAS GENERALISTAS

Ruy Marcelo de Oliveira Pauletti

Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Caixa Postal 61548 – CEP 05424-970 – São Paulo, SP, Brasil
e-mail: pauletti@usp.br

ABSTRACT

This work discusses some results of an ongoing research on the use of general purpose finite element codes to the analysis and design of tension structures, such as cable nets and membranes. Some examples of the use of the Ansys finite element code are presented, including the procedures of form finding, cutting pattern definition and flattening, as well as the analysis of the structural response to external loading.

RESUMO

Este trabalho adianta alguns resultados de uma pesquisa, em andamento, sobre o emprego de programas generalistas para a análise e o projeto das estruturas retesadas (tensoestruturas), como as redes de cabos e as membranas. São apresentados exemplos de casos de obtenção da forma, da definição e planificação dos padrões de corte e da análise da resposta ao carregamento de estruturas de cabos e membranas empregando o programa de elementos finitos *Ansys*.

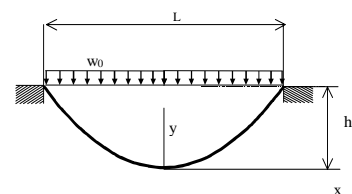
1. INTRODUÇÃO

Tensoestruturas caracterizam-se por uma particular variabilidade de soluções. Se não se impõem demasiadas restrições à forma, pode-se –com mais liberdade que no caso de outros sistemas estruturais– arbitrar o campo de tensões, e buscar a forma a partir deste campo¹. Esta variabilidade de

1

Para tornar menos vaga a assertiva acima, considere-se o estudo do cabo inextensível, sujeito a um carregamento transversal uniformemente distribuído (cabo parabólico), que oferece a relação $H = \frac{w_0 L^2}{8h}$, a qual indica uma relação de

dependência entre os 4 parâmetros w , L , H e h . Nesta expressão, H é a componente horizontal da tração no cabo, e os demais parâmetros são definidos na figura. Pode-se arbitrar até 3 desses parâmetros, sendo resultante o quarto. Um caso usual é fixar-se w e L , existindo diferentes relações possíveis entre H (ou, alternativamente a força de tração no cabo) e de h (ou, alternativamente, o comprimento total do cabo). Dize-se que a solução do problema do cabo parabólico consiste em uma família de formas *funiculares*.



Parâmetros do estudo do cabo parabólico inextensível

soluções, aliada às dificuldades ligadas ao comportamento geométrica e materialmente não-linear, em geral inviabiliza o uso de soluções analíticas, deixando as análises numéricas como única abordagem de validade geral para o projeto e análise das tensoestruturas² [KNUDSON, 1991], [TABARROK, 1997]. De fato, segundo CAMPBELL [1991], “nenhuma outra classe de sistema estrutural de uso arquitetônico é tão dependente do uso de computadores como as estruturas retesadas”.

Além da complexidade, o processo de projeto e análise das tensoestruturas apresenta uma série de especificidades, que levam os programas de elementos finitos empregados na análise de estruturas de cabos e membranas a serem, usualmente, **programas dedicados**³ (*special purpose programs*) e não **programas generalistas** (*general purpose programs*) [TABARROK, 1997].

Em um *programa dedicado*, ou *especialista*, parte do “*know how*” do projeto das tensoestruturas é embutida em rotinas de programação. Muito provavelmente este tipo de programa seja a opção preferencial para o usuário final, nos escritórios de projeto. Contudo, boa parte da empreitada de modelagem de uma estrutura de membrana pode também ser desenvolvida empregando-se *programas generalistas de análise estrutural por elementos finitos*. E, não obstante as vantagens dos programas dedicados, existem alguns pontos a favor do emprego de algum dos grandes pacotes generalistas disponíveis no mercado que merecem ser explorados.

De partida, reconheça-se que os programas generalistas oferecem recursos variados de pré e pós-processamento, os quais, se por um lado limitam às suas próprias sintaxes os problemas que podem ser modelados, por outro lado essas sintaxes são suficientemente amplas para que estes recursos representem de fato uma comodidade à disposição do processo de modelagem.

Por definição, os programas generalistas oferecem um leque de tipos de análise e alternativas de modelagem. Um bom programa de análise não-linear por elementos finitos oferece análises estáticas e dinâmicas, análises modais e de estabilidade, de interação fluido-estrutura, de transferência de calor, de acoplamento de campos. Oferece ainda elementos baseados em diferentes teorias estruturais, como sólidos, cascas, pórticos e treliças, além de diversas alternativas de carregamentos e modelos de materiais, incluindo materiais ortótropos, elásticos não-lineares, elasto-plásticos, etc. Alguns programas, como o programa ANSYS [Rev. 5.7.1], oferecem também rotinas de otimização, análise de problemas de contato, adaptação de malha, entre outras rotinas mais ou menos especializadas.

² Não obstante o fato de modelos analíticos e físicos continuarem a ser empregados, usualmente em adição à análise numérica.

³ Dentre os programas mencionados na literatura, pode-se apontar, sem pretensão de exaustão das referências, os programas EASY – *Tension Structure Design System* [GRUNDIG, 1988A/B, 1993A/B], NATS – *Nonlinear analysis of tension structures* [TABARROK 1997], e Forten32 [D'ANZA, 1999], programas que cobrem todo o procedimento de projeto, incluindo a busca da forma, a determinação dos padrões de corte e as análises de carregamentos. Restrito à análise de redes de cabos, pode-se apontar também o programa NETWORK [EISENLOFFEL, 1993].

Além disso, os pacotes generalistas tradicionais estão sendo constantemente testados, por um grande número de usuários, e atualizados em resposta às suas demandas. Isto confere impulso para a evolução de seus recursos (*‘features’*), e para o aumento de sua confiabilidade. Programas generalistas podem ser portanto indispensáveis, em casos notáveis de projeto, quando se requeiram tipos de análise e opções de modelagem não prontamente disponíveis, por parte dos programas especialistas.

Contudo, ao contrário dos programas especialistas, o uso de programas generalistas para a modelagem e a análise das tensoestruturas requer do usuário uma prévia “customização” (um jargão para *‘customization’*), ou seja, a implantação de macro-rotinas especializadas, empregando, como sentenças básicas, as rotinas intrínsecas do programa. Isto, por sua vez, exige do usuário um conhecimento relativamente profundo, seja daquelas fases do processo que já estão embutidas nos programas dedicados, seja dos particulares de sintaxe e de recursos do programa generalista efetivamente empregado.

Assim, embora muito provavelmente seja o emprego dos programas especialistas, dedicados, aquele que mais trará ganhos de produtividade para o dia-a-dia do projeto das tensoestruturas, é provável também que os programas generalistas encontrem um nicho de aplicação numa fração de casos de projeto, e contribuam para a expansão dos limites de aplicabilidade das tensoestruturas.

2. FASES DO PROJETO DAS TENSOESTRUTURAS

Com algumas variações de terminologia, os autores identificam algumas fases características do processo (necessariamente integrado) de projeto e análise das tensoestruturas⁴. Estas fases compreendem a *busca da forma*, a determinação dos *padrões de corte* e a análise da *resposta aos carregamentos*. Evidentemente, a fase de busca da forma tem precedência sobre as demais. Em seguida à busca da forma, pode-se proceder diretamente à determinação dos padrões de corte ou –mais prudentemente– verificar se a configuração encontrada atende com segurança a todas as condições de projeto, para só então se ocupar dos aspectos ligados à fabricação.

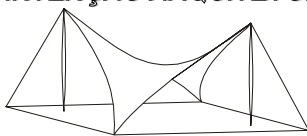
É difícil definir *a priori* a forma de uma tensoestrutura. Como esta não tem rigidez à flexão –e conseqüentemente, tampouco à compressão– decorre que forma, carregamentos externos e estado interno de tensões (de tração) devem interagir de modo a satisfazer as equações de equilíbrio. O projeto preliminar das tensoestruturas envolve, assim, a determinação de uma configuração inicial para a geometria da membrana. É o que se chama usualmente de *busca da forma*.

⁴ Uma lista não exaustiva da literatura especializada inclui [HERZOG, 1977], [SHUGAR, 1987], [BARNES, 1998], [GRUNDIG, 1988A/B], [FUJIKAKE, 1999], [TABARROK, 1992], [MONCRIEF, 1993], [GRUNDIG, 1993A/B], [MAURIN, 1998], [CANER, 1999], [WAGNER, 2001]. Para uma lista estendida, remete-se a [PAULETTI, 2001].

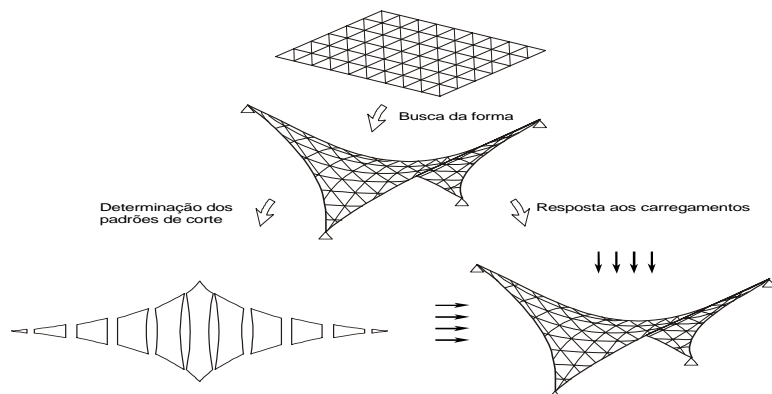
Uma vez definida a configuração inicial da estrutura, a superfície encontrada deve ser convertida em um conjunto de peças planas, para sua fabricação. Como as superfícies de dupla curvatura –típicas das tensoestruturas– não podem ser planificadas de forma exata, o processo de *determinação dos padrões de corte* é inevitavelmente aproximado. Não obstante, é crucial que se limite o erro dessa aproximação, sob pena de não se obter a configuração originalmente preconizada pelo processo de busca de forma, ou de aparecerem rasgos ou zonas de enrugamento, que condenam a estrutura, seja do ponto de vista mecânico, seja de uso.

Finalmente, estabelecida uma forma de equilíbrio inicial, deve-se proceder ao estudo do comportamento da estrutura sujeita a uma variedade de carregamentos, para garantir segurança e desempenho face às solicitações que encontrará em serviço. A falta de rigidez à flexão torna as tensoestruturas suscetíveis a grandes variações geométricas, mesmo sob carregamentos moderados. Isto é, tais estruturas tendem a se adaptar aos carregamentos sofrendo grandes deflexões. Em alguns casos, os próprios carregamentos são dependentes da deformação. Um exemplo óbvio é o carregamento de pressão, que permanece sempre normal à superfície deformada. Em muitos casos, torna-se necessário proceder-se a uma análise não-linear para incluir estes efeitos na análise de resposta aos carregamentos. Critérios de aceitação para as análises de carregamento devem considerar a segurança mecânica a curto e longo prazo, a limitação das vibrações e a perda da carga de retesamento, que pode levar ao enrugamento da membrana.

INTENÇÃO ARQUITETÔNICA:



PROJETO / ANÁLISE:



SOLUÇÃO DE PROJETO:

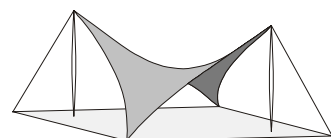


Figura 1. Fases do projeto de uma tensoestrutura [PAULETTI, 1999]

Embora, rigorosamente falando, as etapas de busca da forma e de determinação dos padrões de corte não constituam problemas estritamente estruturais, é usual realizá-las por meio de uma série de análises estruturais não-lineares, estáticas ou dinâmicas –empregando-se, isto é, os mesmos métodos utilizados para o estudo da resposta da estrutura aos carregamentos de projeto. A figura 1 esquematiza estas três fases.

3. EXEMPLOS DO EMPREGO DE UM PROGRAMA GENERALISTA (ANSYS) NO PROCESSO DE MODELAGEM E ANÁLISE DAS TENSOESTRUTURAS

Existem diversos programas generalistas disponíveis no mercado. É razoável supor que a maior parte dos procedimentos aqui testados com o programa Ansys seja reproduzível, com as devidas adaptações, em outros bons programas de elementos finitos. Contudo, o programa escolhido encontra-se sabidamente entre os programas generalistas de mais ampla faixa de aplicabilidade, maior versatilidade de modelagem e maior confiabilidade das rotinas implementadas, sendo portanto uma boa escolha no que diz respeito ao escopo da presente pesquisa.

3.1. CABO CATENÁRIO

Como primeiro exemplo, considera-se o processo de busca da forma de um cabo livremente suspenso, sujeito ao peso próprio (aqui representado por forças nodais constantes, embora pudesse ser imposta simplesmente a aceleração da gravidade). Sabe-se que a solução do problema do cabo sujeito ao peso próprio é uma família de funções exponenciais, conhecidas como catenária. Para se individuar uma solução, necessita-se a fixação de um parâmetro. No problema indicado na figura, fixa-se, de forma indireta, o comprimento não deformado do cabo (igual à soma dos comprimentos dos dois segmentos retilíneos da malha inicial, descontando-se a deformação inicial imposta aos elementos).

A geometria e as opções empregadas são bastante simples. O modelo é constituído por 10 elementos tridimensionais de treliça (LINK8). Procedeu-se a uma análise estática geometricamente não-linear (grandes deslocamentos) adotando-se os valores 'default' do programa para praticamente todos os parâmetros de controle da análise. Para a solução do sistema de equações algébricas resultantes da discretização do problema do equilíbrio, adotou-se o método de Newton exato, puramente iterativo. A convergência da solução mostrou-se bem comportada (tanto neste exemplo como nos problemas descritos a seguir, dependendo contudo dos valores particulares adotados para as propriedades dos materiais e para o nível de retesamento dos modelos). O uso de um processo puramente iterativo

mostrou-se mais eficiente que um processo incremental, na etapa de busca da forma, e foi geralmente suficiente, também, para a etapa análise da resposta aos carregamentos⁵.

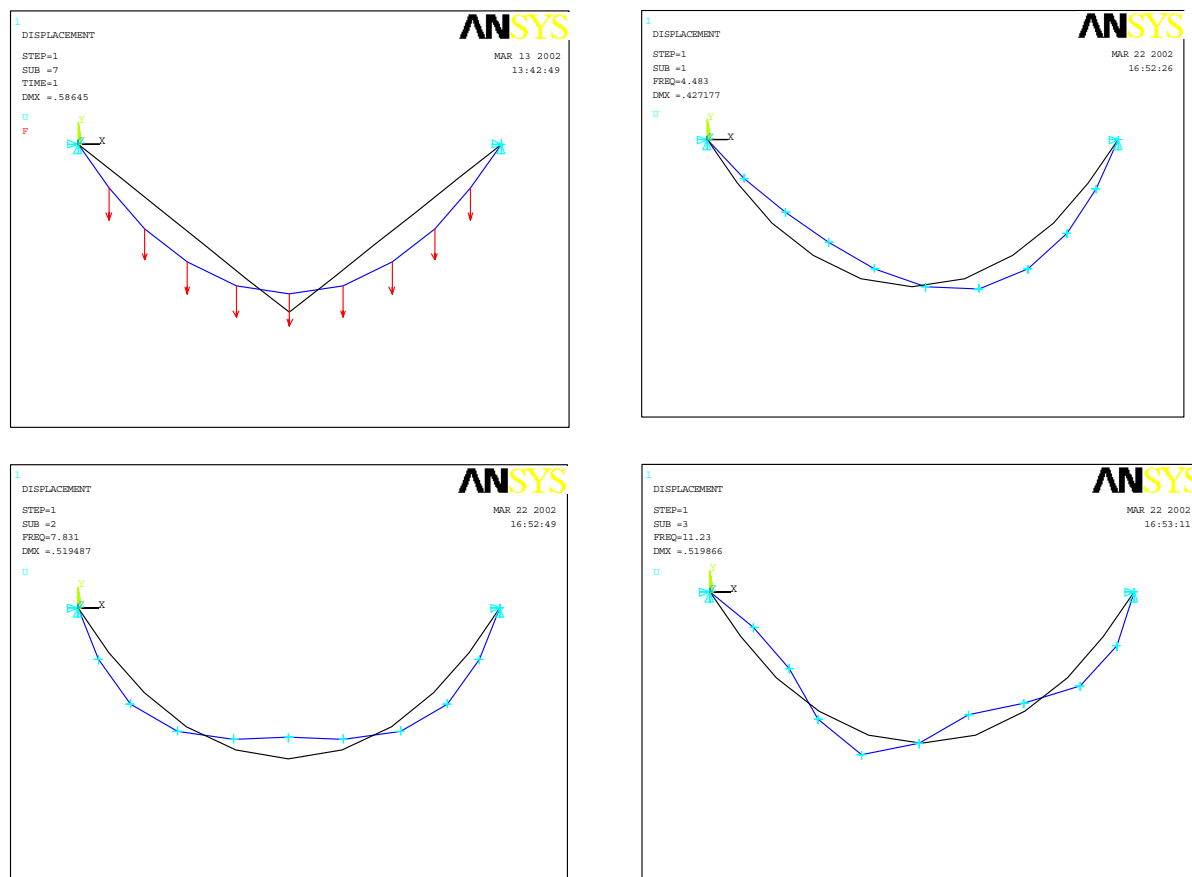


Figura 2. Cabo livremente suspenso, sujeito ao peso próprio. Mostra-se a posição de equilíbrio, encontrada a partir de uma forma inicial arbitrária, e os três primeiros modos planos de vibração.

Um aspecto interessante, e que muitas vezes encontra resistência de aceitação, por parte dos usuários habituados a desenvolver análises de sistemas mais convencionais, usualmente de comportamento geometricamente linear, é a arbitrariedade da geometria inicial do problema. Além disso, ao adotar-se o Método de Newton exato para a solução do problema, dentre as diversas opções de 'solvers' oferecidas pelo programa, torna-se necessário impor um campo de tensões iniciais capaz de conferir suficiente rigidez geométrica ao sistema, evitando a divergência do método de Newton.

Uma vez encontrada a forma, o programa permite a atualização da geometria do cabo, redefinindo as coordenadas nodais. A partir daí, o programa oferece uma grande variedade de opções de análise.

⁵ Um método incremental-iterativo talvez seja necessário para lidar com carregamentos que introduzam respostas fortemente não lineares dos modelos. Neste caso, o programa oferece também uma razoável variedade de recursos para acelerar a convergência, como busca unidirecional, gradientes conjugados, métodos iterativos e relaxação dinâmica.

Como exemplo, a figura mostra os primeiros modos naturais de vibração do cabo, sujeito aos carregamentos indicados, obtidos a partir de uma análise linear de autovalores. Obviamente, a rigidez a ser considerada nesta análise é a rigidez tangente, o que requer do usuário a ativação de opções menos usuais do programa.

São ainda possíveis, embora não exploradas no âmbito deste trabalho, análises dinâmicas por superposição modal ou por integração no tempo (opções que dependem da magnitude das oscilações esperadas: pequenas amplitudes sugerem a adoção da superposição modal; amplitudes maiores sugerem a integração no tempo, devido à maior não-linearidade da resposta). Os materiais podem ser lineares ou não-lineares, com o programa oferecendo um leque considerável de modelos constitutivos⁶.

3.2. PARABOLÓIDE HIPERBÓLICO DE BORDAS RÍGIDAS

O mesmo procedimento empregado para a resolução do problema do cabo suspenso pode ser adotado para a análise de estruturas de membrana. O programa Ansys oferece elementos de membrana trabalhando exclusivamente à tração, ou à tração e compressão. Também podem ser adotados (a um custo computacional mais elevado) elementos de casca fina, por exemplo quando se antecipa a perda de retesamento de alguma região do modelo, ou para o estudo de tecidos não retesados. Podem ser definidos materiais lineares ou não lineares, isotrópicos ou ortótropos. Nos exemplos considerados neste trabalho, explorou-se o elemento 'Shell41', trabalhando exclusivamente à tração, com uma relação constitutiva elástico-linear.

Do mesmo modo que no caso dos problemas envolvendo cabos, a forma inicial de uma tensoestrutura em membrana pode ser arbitrária. Em alguns casos, contudo, as rotinas de pré-processamento do Ansys são capazes de oferecer formas que já constituem configurações de equilíbrio para as tensões de retesamento. É o caso da membrana de bordas rígidas da figura 3. Definindo-se uma única área, a partir das 4 retas que definem as bordas da membrana, e gerando-se uma área mapeada, com elementos triangulares, obtém-se uma malha de elementos finitos que já se conforma a um parabolóide hiperbólico, com curvaturas idênticas nas direções da cumeeira (alinhada com o eixo X) e do *talweg* (alinhado com o eixo Y) da superfície. Esta é a forma funicular para um campo de tensões uniformes ao longo de toda a membrana. Como decorrência, ao se impor um campo uniforme de tensões iniciais, devem resultar deslocamentos nulos, ou muito pequenos, em comparação com as dimensões do modelo.

O programa Ansys oferece comodidades para se definir condições de simetria em relação a linhas ou planos. Tomando-se partido das simetrias sabidamente existentes em relação às linhas de cumeeira e de *talweg* do parabolóide hiperbólico, poder-se-ia modelar apenas um quarto da membrana, com a

⁶ No caso das redes de cabos e das estruturas tensegrity, por exemplo, embora não seja um caso freqüente, depara-se algumas vezes com a necessidade da consideração do comportamento elasto-plástico dos cabos, que pode levar, por exemplo, à perda de retesamento –e conseqüentemente da estabilidade– da estrutura, após uma solicitação excepcional [KNUDSON, 1991], [MEEK, 1994], [ATAI, 1998].

mesma densidade de malha aqui empregada para toda a membrana, aumentando consideravelmente a precisão do modelo, para o mesmo custo computacional. Contudo, para facilitar a visualização do problema, preferiu-se desconsiderar estas condições de simetria, modelando-se toda a superfície da membrana. Empregou-se uma malha bastante grosseira, composta por 200 elementos triangulares de tensão constante. Mesmo assim, a convergência do modelo ocorreu sem problemas, em poucas iterações do método de Newton.

Os resultados mostrados na figura 4 confirmam a proximidade da geometria inicial de uma forma minimal de equilíbrio. O campo de deslocamentos verticais do modelo é mostrado na figura 4(a). O máximo deslocamento atingiu 2,45cm, a comparar com um comprimento lateral de 8,7m. A figura 4(b) mostra a distribuição das máximas tensões principais resultantes, que exibiram uma variação muito pequena (entre 0,995MPa e 1,0MPa). Estes resultados mostraram-se bastante insensíveis a uma atualização da geometria do modelo, adicionando-se os deslocamentos encontrados na primeira simulação às coordenadas nodais. Observou-se, contudo, uma suavização na distribuição do campo de máximas tensões principais, mostrado na figura 4(d).

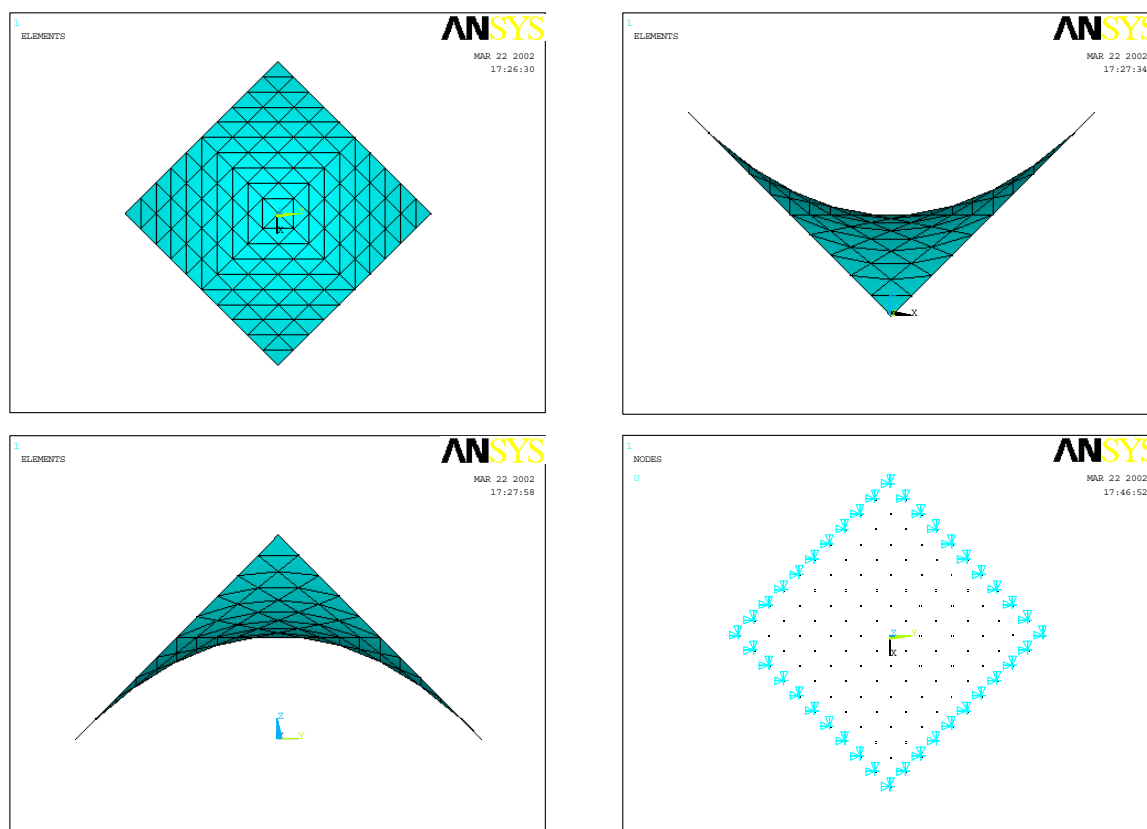
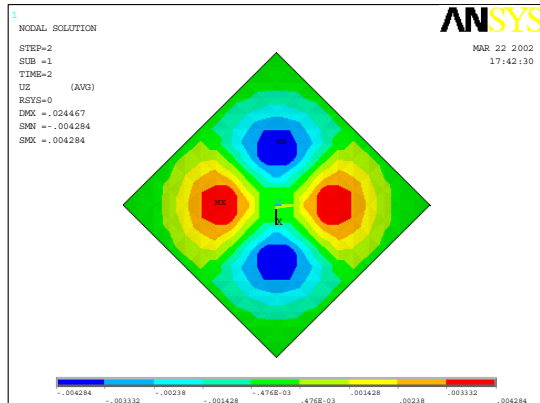
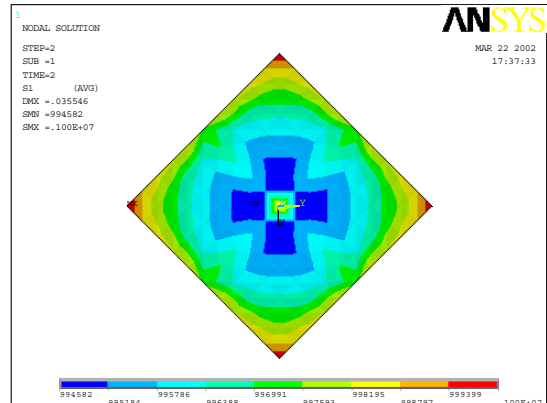


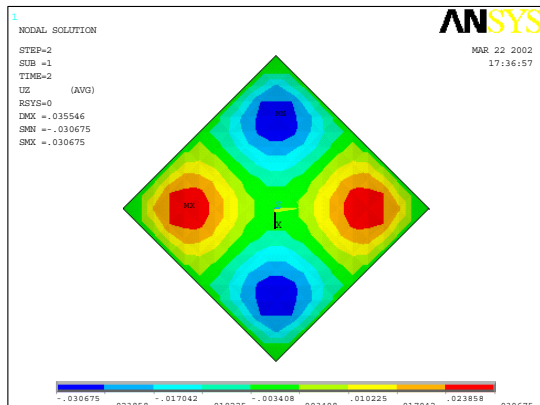
Figura 3. Parabolóide hiperbólico de bordas rígidas.
Vistas do modelo de elementos finitos e vinculações.



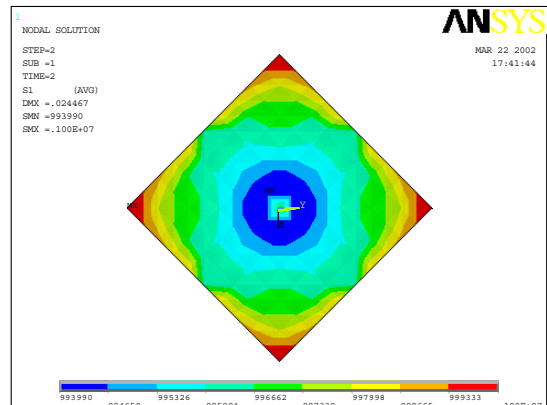
(a) Deslocamentos verticais, a partir da geometria inicial, para as cargas de retesamento



(b) Máxima tensão principal, para as cargas de retesamento



(c) Deslocamentos verticais, após a atualização da geometria da malha, para as cargas de retesamento



(d) Máxima tensão principal, após a atualização da geometria da malha, para as cargas de retesamento

Figura 4. Resultados para a resposta do parabolóide de bordas rígidas, sujeito às tensões de retesamento

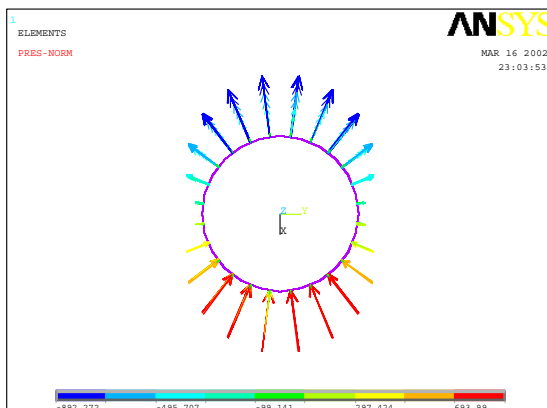
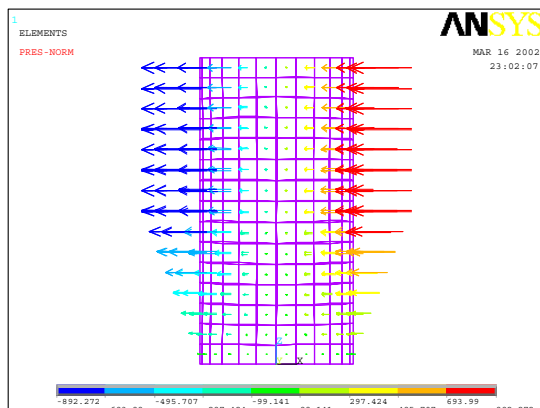
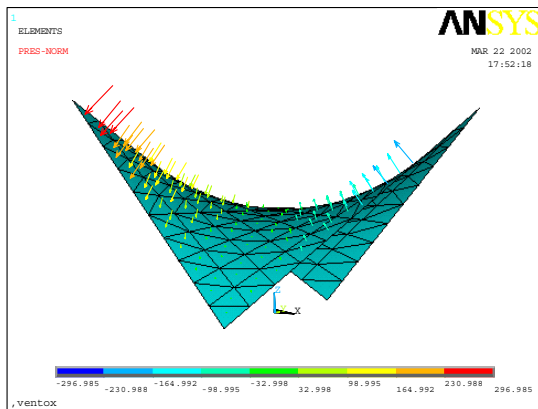
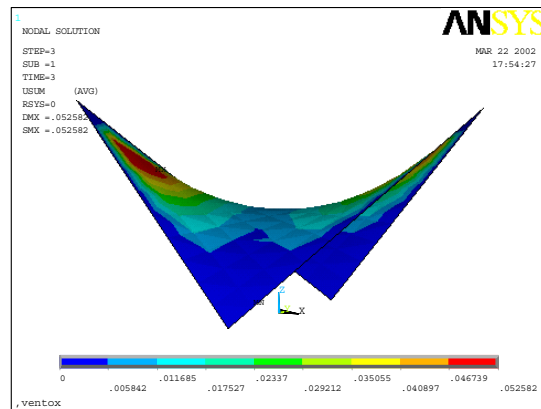


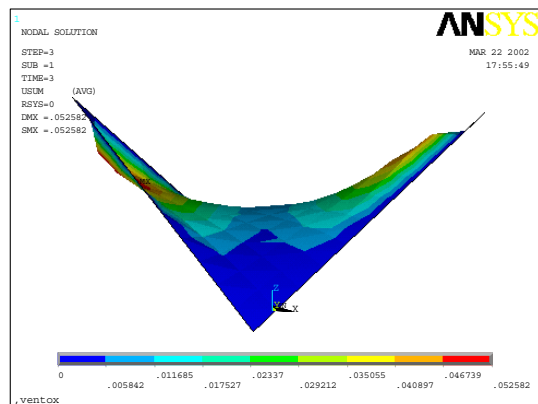
Figura 5. Resultado da aplicação de um macro-comando, capaz de gerar um perfil complexo de pressões devidas ao vento, sobre uma superfície cilíndrica vertical.



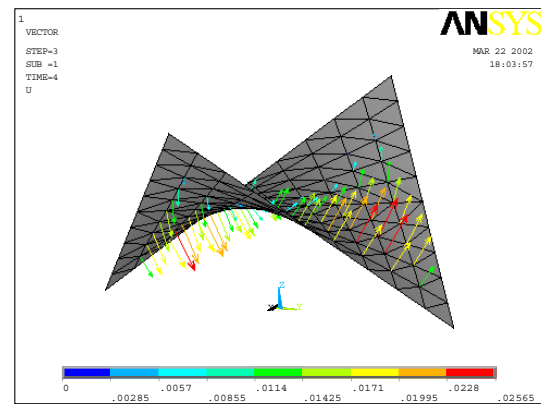
(a) Vento na direção X (alinhado com a cumeeira)



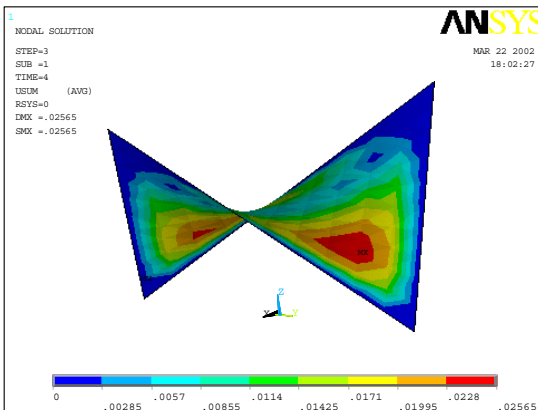
(b) Norma dos deslocamentos, para vento X



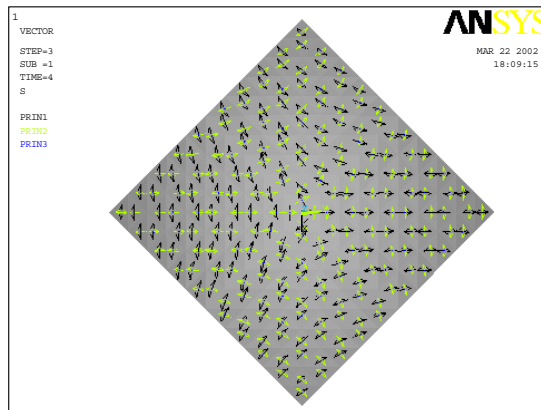
(c) Configuração deformada, com deslocamentos amplificados em 100 vezes



(d) Vento na direção Y (alinhado com o talweg).



(e) Norma dos deslocamentos, para vento Y



(f) Fluxo das tensões principais, para vento Y

Figura 6. Reposta do parabolóide de bordas rígidas para as pressões devidas ao vento, agindo em duas direções ortogonais.

Para explorar adicionalmente os recursos de pré-processamento do programa, definiu-se um macro-comando, empregando a linguagem de programação intrínseca do programa (APDL – Ansys Parametric Design Language), capaz de aplicar uma pressão variável, conforme o ângulo entre a superfície de cada elemento e a direção de ataque do vento. A pressão varia de uma intensidade máxima, igual à pressão básica do vento, nos elementos ortogonais à direção de ataque, caindo a zero nas superfícies paralelas

a essa direção. À montante, resulta uma pressão positiva, e a jusante, uma pressão negativa. O usuário pode definir uma intensidade básica e um ângulo de ataque, além de uma cota vertical abaixo da qual a pressão decresce linearmente, até zerar ao nível do solo. A figura 5 mostra o efeito deste macro-comando, para o vento incidindo em um anteparo cilíndrico⁷.

Este macro-comando foi então empregado para estudar a resposta do parabolóide de bordas rígidas à ação da pressão do vento, para ataques tanto segundo a direção X (ou seja, vento alinhado com a diagonal de cumeeira do modelo) como segundo a direção Y (vento alinhado com a diagonal de *talweg* do modelo). A figura 6 mostra os resultados das análises para estas duas situações. Em ambos os casos, foram empregados valores realistas para as propriedades dos materiais, com a malha atualizada a partir da última configuração de equilíbrio determinada anteriormente. Resultam deslocamentos pequenos, da ordem de 5cm para o vento X e 2,2cm para o vento Y. A figura 6(c) mostra os deslocamentos amplificados em 100 vezes.

3.3. PARABOLÓIDE HIPERBÓLICO COM CABOS DE BORDA

BUCHHOLDT [1999] observa que é usual empregar-se, na prática de projeto das tensoestruturas, modelos com contornos infinitamente rígidos, o que finalmente requer estruturas de suporte suficientemente rígidas (e pesadas) para validar esta hipótese. A otimização das estruturas de suporte, visando a redução do consumo de material, pode resultar em um contorno de tal sorte flexível que a hipótese de contorno rígido não mais possa ser sustentada⁸.

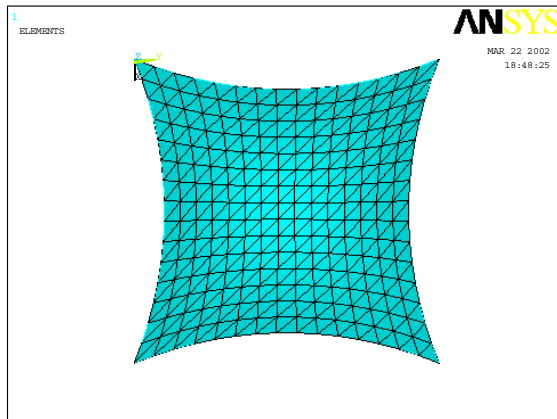
Um grau de complexidade adicional aparece quando se introduz um *contorno elástico* para a estrutura. Este é o caso da membrana em forma de sela mostrada na figura 7, cujo contorno vincula-se a cabos de borda, rigidamente fixados em correspondência aos quatro vértices do modelo. Verifica-se que se o contorno for muito flexível, o modelo tende a relaxar as tensões de retesamento inicialmente aplicadas, e em casos extremos a convergência pode ser dificultada.

Porém, também neste caso o programa Ansys desincumbe-se satisfatoriamente da tarefa. Novamente, bastam quatro arcos de circunferência, cada um definido através de 3 ‘*keypoints*’, para gerar uma superfície em sela, sobre a qual são lançados os elementos mostrados na figura 7(a). A figura 7(b), por sua vez, mostra curva de nível ajustadas à geometria inicial do modelo. Foi empregada uma malha mais refinada que no caso anterior (450 elementos ‘Shell41’, trabalhando exclusivamente à tração). Preferiu-

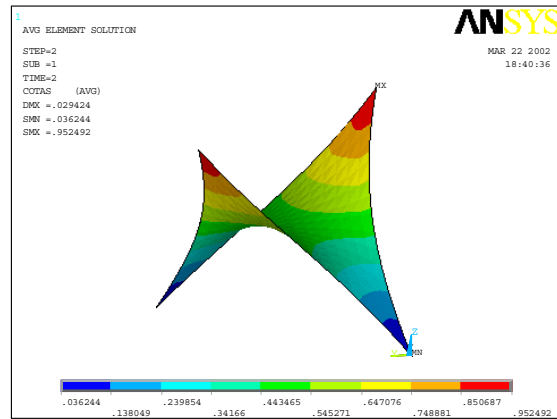
⁷ Obviamente, não se obtém os mesmos resultados que aqueles determinados em túnel de vento (que, para determinados números de Reynolds, podem envolver sucção nas paredes do cilindro, na região tangencial à direção de ataque do vento). Contudo, na ausência de dados experimentais, a aproximação adotada fornece resultados mais acurados do que outras hipóteses mais simplificadas, tendo um procedimento semelhante sido previamente sugerido por [TABARROK, 1997].

⁸ Embora este seja um problema estudado desde já algumas décadas [MAJOWIECKI, 1984], [GODBOLE, 1984], ainda hoje merece a consideração dos pesquisadores, como TALVIK [2001] e OHSAKI [2000].

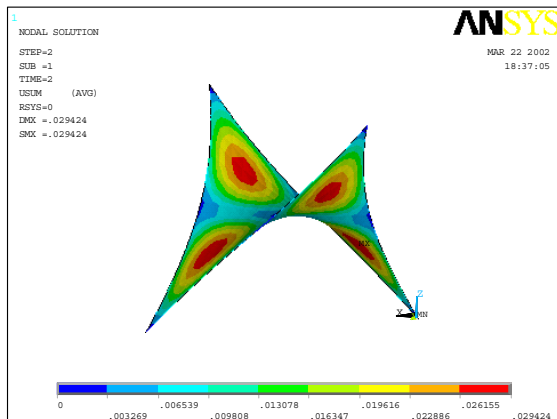
se não tomar partido das condições de simetria apresentadas pelo problema, para facilitar sua visualização.



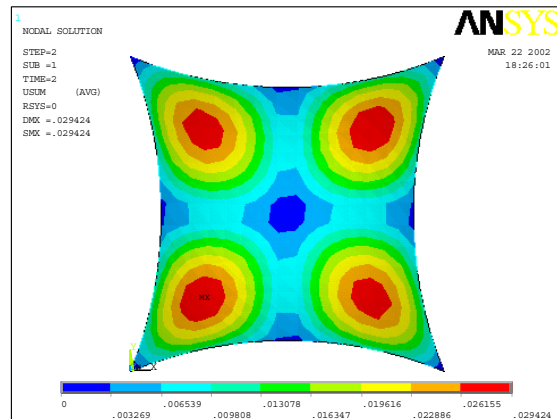
(a) Malha de elementos finitos atualizada, para parabolóide com cabos de borda (contorno elástico); vista superior



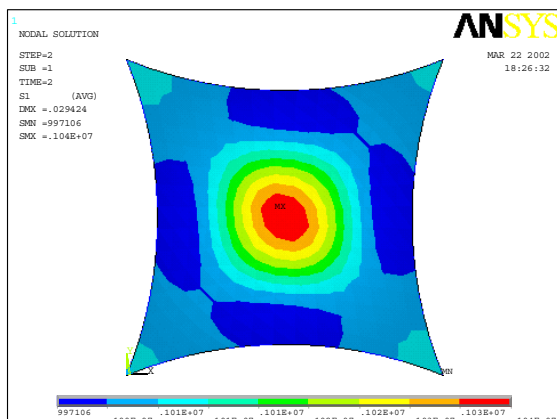
(b) Curvas de nível para o parabolóide com cabos de borda



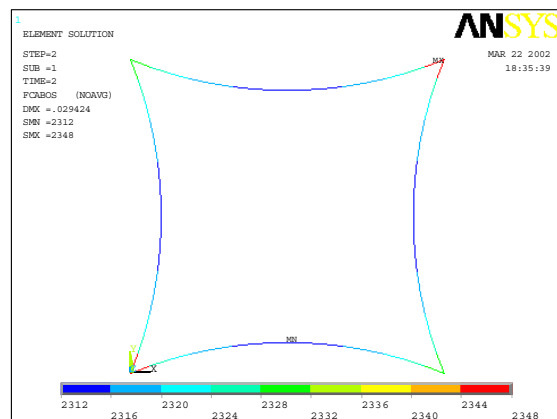
(c) Norma dos deslocamentos, vista em perspectiva



(d) Norma dos deslocamentos, vista superior



(e) Máximas tensões principais



(f) Trações nos cabos de borda

Figura 7 – Parabolóide com cabos de extremidade: resposta a tensões iniciais de 1,0MPa

Mais uma vez, a superfície gerada pelo programa já é bastante próxima de uma forma de equilíbrio. O modelo desenvolve deslocamentos pequenos (máximo de 2,95cm), em relação à distância entre apoios

(1,4m). As figuras 7(c) e 7(d) mostram as normas dos deslocamentos ao longo da membrana. A figura 7(e) mostra o campo das máximas tensões principais resultantes, que variam entre 0,997MPa e 1,0MPa, após o relaxamento do campo uniforme de tensões de 1MPa imposto inicialmente ao modelo. A configuração de equilíbrio encontrada aproxima-se, portanto, de uma forma minimal. A figura 7(d), por sua vez, mostra as forças de tração resultantes nos cabos de borda, também estas bastante uniformes, variando entre 2,31kN e 2,35kN.

3.4. CONÓIDE NÃO-MINIMAL

Nos exemplos anteriores, foram obtidas formas minimais de equilíbrio, tanto para o parabolóide de bordas rígidas como para aquele dotado de um contorno elástico. Em muitos casos, pode ser vantajoso trabalhar com formas minimais, uma vez que elas correspondem à superfície de menor área para um dado contorno rígido ou elástico. Por outro lado, como para estas superfícies a curvatura média é nula, é comum que a membrana apresente zonas quase planas, o que em geral é indesejável, seja do ponto de vista da rigidez da membrana, seja do ponto de vista de sua funcionabilidade, principalmente no que diz respeito às declividades necessárias para o escoamento da água da chuva.

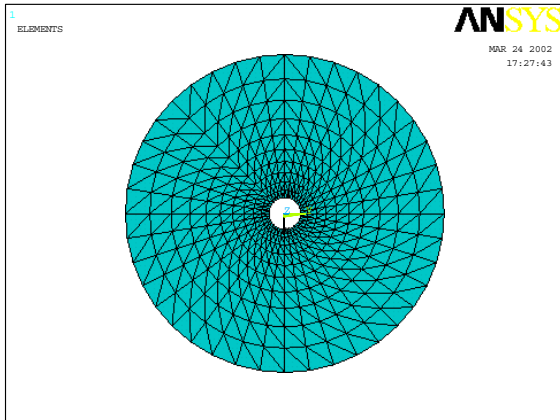
Para uma breve inspeção da capacidade do programa Ansys de modelar superfícies não-minimais, estudou-se o caso do conóide apresentado na figura 8. Como geometria inicial, adotou-se o cone mostrado, em vistas superior e lateral, nas figuras 8(a) e 8(b). ainda desta vez, preferiu-se não tomar partido das simetrias inerentes ao modelo.

Obviamente, por não apresentar dupla curvatura, o cone não é uma forma de equilíbrio para as tensões iniciais uniformes de 1MPa impostas ao modelo. Variando-se o módulo de elasticidade do material da membrana, pode-se então obter diferentes formas de equilíbrio, tanto mais afiladas quanto mais flexível for o material. Assim, a figura 8(c) mostra a deformada e o campo de máximas tensões principais para uma membrana muito rígida. Resultam deslocamentos muito pequenos, da ordem de 6,1cm (a comparar com os 10m arbitrados para o diâmetro inferior do cone). Resulta também uma considerável variação de tensões (tensões radiais da ordem de 3,2MPa na borda superior e 0,4MPa na borda inferior⁹).

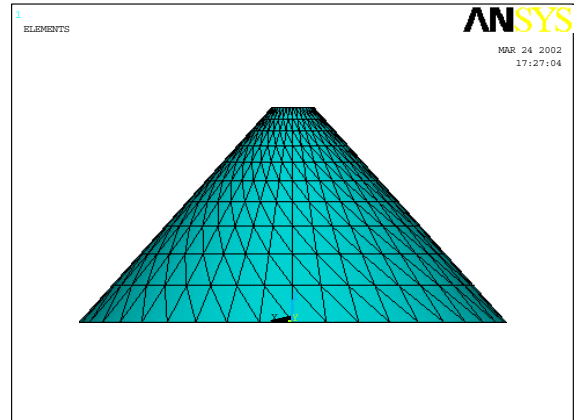
Reduzindo-se o módulo de elasticidade do material, obtém-se formas mais afiladas, com maiores deslocamentos, a partir da configuração inicial, mas com campos de tensão mais uniformes. A adoção de módulos muito baixos possibilita grandes variações na geometria do problema, podendo levar a dificuldades de convergência. Uma alternativa é adotar um módulo de elasticidade de valor moderado, e proceder a sucessivas atualizações das coordenadas nodais. Contudo, mesmo este processo apresenta limitações pois pode levar a elementos demasiadamente distorcidos. Neste caso, deve-se proceder a uma adaptação da malha, recurso disponível no programa Ansys, mas ainda não testado, no âmbito

⁹ Esta variação é obviamente necessária para que a resultante vertical das tensões desenvolvidas na borda superior, de perímetro consideravelmente menor que a inferior, possa fazer frente à resultante vertical das tensões desenvolvidas na borda inferior.

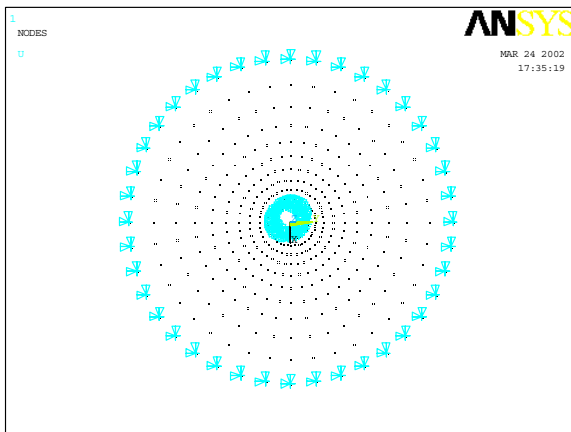
desta pesquisa. A figura 8(h) mostra uma geometria bastante afilada, com um campo de tensões variando entre 0,94MPa e 2,0MPa, ainda distante, portanto, de uma superfície minimal. Cortando-se o conóide à meia altura, no entanto, obtém-se uma forma com uma distribuição bastante uniforme de tensões, e ao mesmo tempo razoável do ponto de vista arquitetônico.



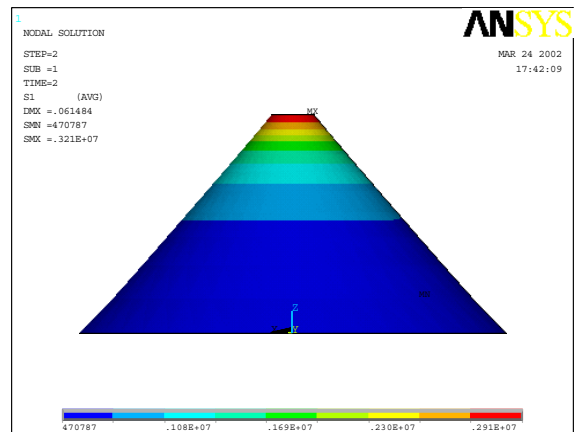
(a) Geometria inicial da malha do conóide, vista superior



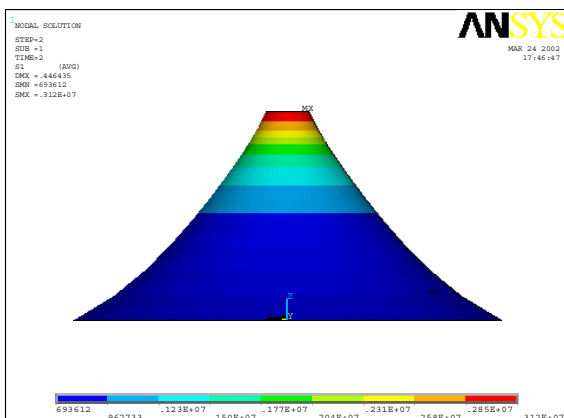
(b) Geometria inicial da malha do conóide, lateral



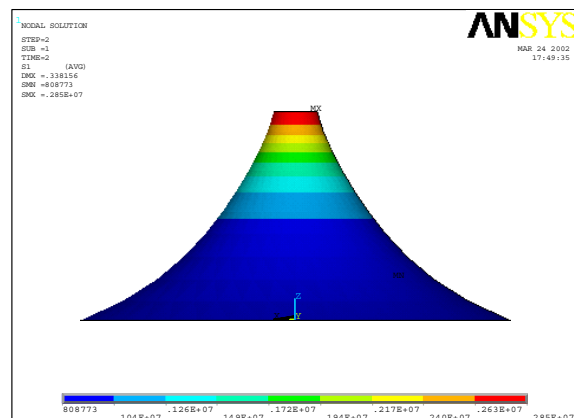
(c) vinculação do modelo



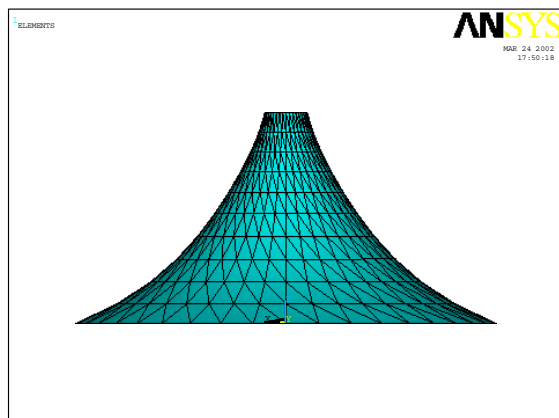
(d) deformada e máximas tensões principais, para alto módulo de elasticidade



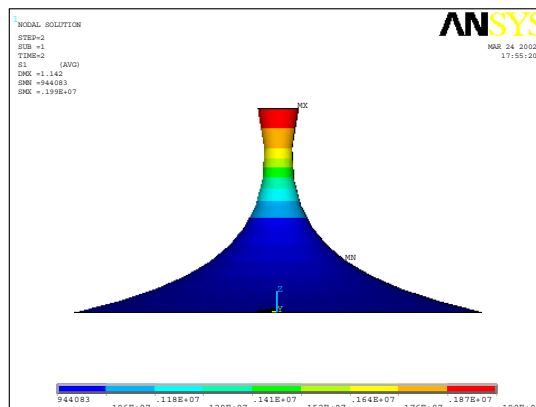
(e) deformada e máximas tensões principais, com valores decrescentes para o módulo de elasticidade



(f) deformada e máximas tensões principais, após a atualização da malha conforme o passo anterior



(g) malha atualizada, após passo anterior



(h) deformada e máximas tensões principais, após a atualização da malha conforme o passo anterior

Figura 8. Conóide não-minimal

3.5. PLANIFICAÇÃO DE PADRÕES DE CORTE

Finalmente, aproveitando-se de uma das formas intermediárias do conóide não-minimal discutido no item 3.4, inspecionou-se a capacidade do programa Ansys de planificar um padrão de corte previamente definido. No caso do conóide, uma escolha natural para o padrão de corte é aquela indicada na figura 9(a). Toma-se simplesmente um trecho da membrana definido lateralmente pela interseção entre planos verticais radiais e a superfície da membrana, e impõe-se aos nós deste trecho deslocamentos tais que os arrastem para um plano conveniente. Deve-se ainda eliminar, de forma isostática, as liberdades do padrão de corte sobre este plano. A figura 9(b) mostra, numa vista superior, as geometrias inicial e final do processo. Pode-se verificar que de fato a geometria inicial do modelo é definida por dois planos radiais, neste caso com uma abertura angular de 45° . Aproveitou-se a figura para também variar algumas das opções de visualização do programa, com os elementos representados exclusivamente por linhas. A figura 9(c) mostra uma outra vista deste mesmo processo. A figura 9(d) mostra o padrão de corte planificado, sendo sobre ele desenhadas as curvas de nível da superfície tridimensional original.

Finalmente, a figura 10 mostra um modelo de papel construído a partir da impressão, do corte e da colagem dos padrões indicados na figura 9(d). Evidentemente, sendo o papel rígido, o processo de reconstituição da superfície é imperfeito. Melhor qualidade do resultado (e mais trabalho) poderia ser obtida se fossem tomados setores com aberturas angulares menores que o setor de 45° adotado neste exemplo.

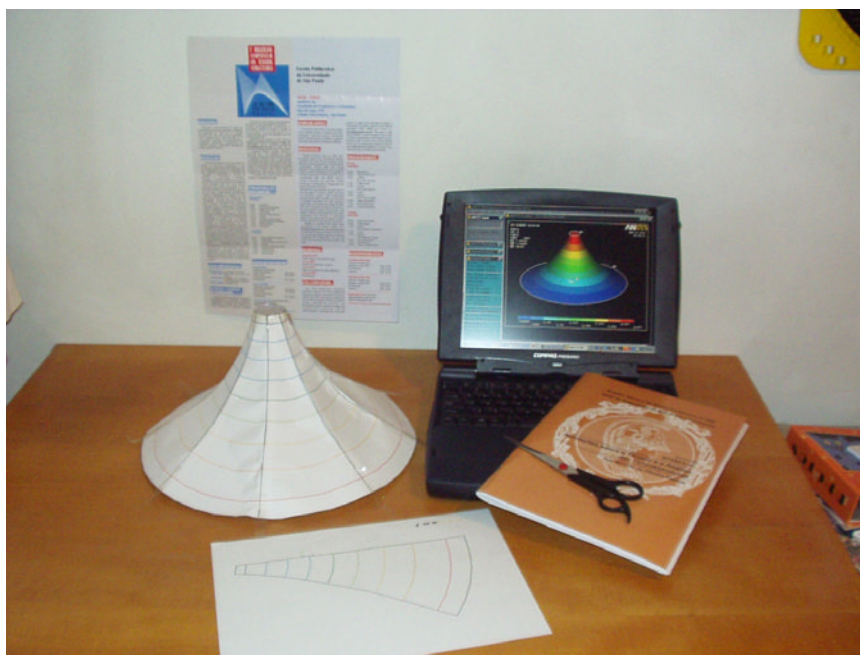
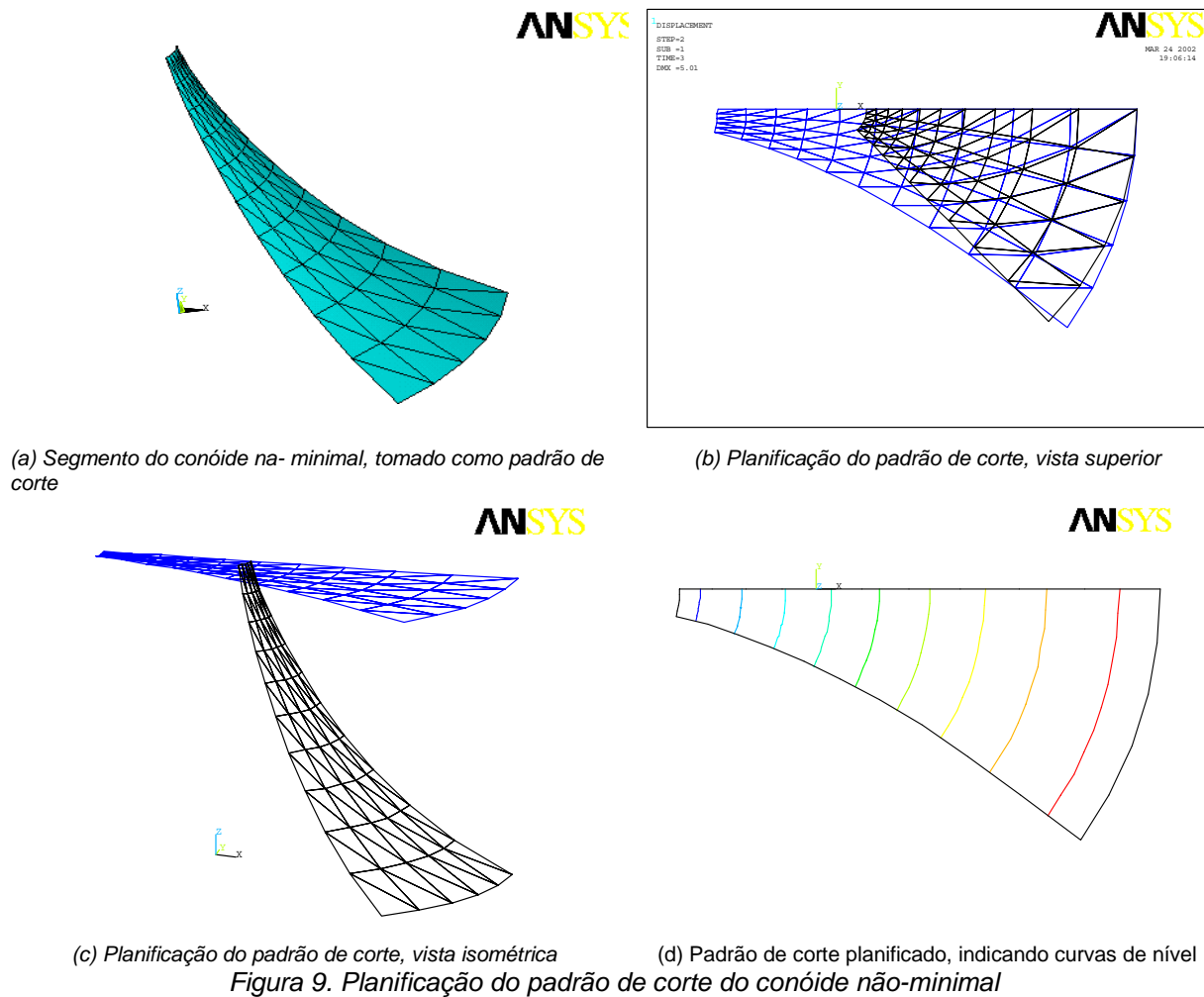


Figura 10. Maquete de papel obtida a partir da impressão, recorte e colagem do padrão de corte planificado indicado na figura 9(d).

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Numa inspeção preliminar, o programa Ansys –tomado neste trabalho como exemplo de programa generalista- mostrou-se capaz de incumbir-se de algumas das principais fases do processo de projeto e análise de estruturas retesadas (tensoestruturas), categoria na qual se incluem as redes de cabos e as membranas. O programa resolve de forma bastante satisfatória a fase de busca de forma. As diversas alternativas de modelagem oferecidas pelo programa, combinadas com a relativa facilidade de convergência e diferentes recursos de visualização, permitem ao analista a rápida exploração de formas candidatas à solução de projeto.

Alguns procedimentos e tipos de análise oferecidos pelo programa não foram explorados, e serão objetos de estudo subseqüentes. Pode-se apontar o emprego de otimização para definir parâmetros da estrutura, conforme propõem, por exemplo, [KAWAGUCHI, 1999] ou [SINDEL, 2001]. O uso de elementos de contato para encontrar linhas de corte geodésicas sobre as superfícies resultantes, a determinação de coeficientes de pressão a partir de análises de escoamento de fluidos, o estudo das oscilações induzidas pela interação fluido-estrutura (drapejamento), ou mesmo o desempenho térmico nos micro-ambientes criados são outros tópicos de interesse para o projeto e a análise das tensoestruturas, em relação aos quais os recursos do programa Ansys acenam promissoramente.

Contudo, mesmo alguns dos recursos do programa que parecem de introdução natural –como a definição de propriedades e direções principais de ortotropia- parecem também demandar o desenvolvimento de rotinas especializadas, para, por exemplo, definir as direções de lançamento do urdume e da trama, em função do fluxo das tensões desenvolvidas pela membrana. Embora se antecipem algumas dificuldades neste sentido, deve-se observar que o tratamento da ortotropia dos tecidos empregados nas estruturas de membrana é justamente um caso que, mesmo que já receba atenção desde algumas décadas, é –não obstante- um problema ainda em aberto, inclusive no âmbito dos programas especialistas.

Também no caso da definição das linhas de corte, alguns dos problemas que deverão ser enfrentados dizem respeito à atualização da malha em função das linhas de corte resultantes (incluindo a redefinição de nós e elementos, e os processos geométricos básicos para estas operações –processos de interseção e adjacências), e ao mapeamento dos dados da malha original para a malha atualizada.

REFERÊNCIAS

- [ANSYS Rev. 5.7.1] Ansys Inc. Global Headquarters. Southpointe, 275 Technology Drive, Canonsburg, PA, 15317, USA.
- [ATAI, 1998] A.A. Atai and A. Mioduchowski. “Equilibrium analysis of elasto-plastic cable nets”, *Computer & Structures* **66** (2/3) 163–171 (1998).
- [BARNES, 1988] M.R. Barnes. “Form-finding and analysis of prestressed nets and membranes.” *Computer & Structures* **30** (3) 685–695 (1988).
- [BUCHHOLDT, 1999] H.A. Buchholdt. *An introduction to cable roof structures*. Thomas Telford, London, 1999.
- [CAMPBELL, 1991] D. Campbell et al. “The Unique Role of Computing in the Design and Construction of Tensile Membrane Structures”. *American Society of Civil Engineers Second Civil Engineering Automation Conference*. Proceedings. New York, NY, 1991.
- [CANER, 1999] A. Caner & R. Hsu. “Tensioned Fabric Shape-Finding”. *Journal of Structural Engineering* **125** (9) 1065-1071 (1999).
- [D'ANZA, 99] G. D'Anza. *Forten32 v.1.0 – A System for Tensile Structures Design and Manufacturing*. Europe Engineering Division, Avellino, Italia, 1999.
- [EISENLOFFEL, 1993] K. Eisenloffel & H. Adeli. “Microcomputer-aided design of tensile roof structures”, *Computer & Structures* **46** (1) 157–174 (1993).
- [FUJIKAKE, 1989] M. Fujikake et al. “Analysis of fabric tension structures”. *Computers & Structures* **32** (3/4) 537-547 (1989)
- [GRUNDIG, 1988A] L. Gründig & J. Bahndorf. “The Design of Wide-Span Roof Structures Using Micro-Computers.” *Computers & Structures* **30** (3) 495–501 (1988).
- [GRUNDIG, 1988B] L. Gründig. “Minimal surface for finding forms of structural membranes.” *Computer & Structures* **30** (3) 679–683 (1988).
- [GRUNDIG, 1993A] L. Gründig and E. Moncrieff. “Formfinding of Textile Structures.” *Studiedag-Seminaire Textielstukturen – Architecture Textile*. Vrije Universiteit Brussel, 25th May, 1993.
- [GRUNDIG, 1993B] L. Gründig and E. Moncrieff. “Cutting Pattern Generation of Textile Structures.” *Studiedag-Seminaire Textielstukturen – Architecture Textile*. Vrije Universiteit Brussel, 25th May, 1993.
- [HABER, 1982A] R.B. Haber & J.F. Abel. “Initial equilibrium solution methods for cable reinforced membranes. Part I – Formulations.” *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng.* **30** 263–284 (1982).
- [HABER, 1982B] R.B. Haber & J.F. Abel. “Initial equilibrium solution methods for cable reinforced membranes. Part II– Implementation.” *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng.* **30** 285–306 (1982).
- [HERZOG, 1977] T. Herzog, *Pneumatic Structures. A Handbook for the Architect and Engineer*. Crosby Lockwood Staples. London, 1977.

- [KAWAGUCHI, 1999] M. Kawaguchi et al. "Optimum shapes of a cable dome structure". *Engineering Structures* **21** 719-725 (1999).
- [MAURIN, 1998] B. Maurin & R. Motro. "The surface stress density method as form-finding tool for tensile membranes". *Engineering Structures* **20** (8) 712-719 (1998).
- [MONCRIEF, 1993] E. Moncrief & B.H.V. Topping. "Computer methods for the generation of membrane cutting patterns." *Computers & Structures* **37** (4) 441-450 (1993).
- [MEEK, 94] J.L. Meek. "Elastic Plastic Analysis of Cable-Net Structures." *IASS-ASCE International Symposium*, Atlanta, 1994.
- [OHSAKI, 2000] M. Ohsaki & K. Uetani. "Shape-stress trade-off design of membrane structures for specified sequence of boundary shapes". *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.* **182** 73-88 (2000)
- [PAULETTI, 1999] R.M.O. Pauletti. *Tensoestruturas – Idéias Básicas*. Escola Politécnica da USP, BT/PEF/9909, 1999.
- [PAULETTI, 2001] R.M.O. Pauletti. *Anotações sobre o Projeto e a Análise das Tensoestruturas*. Escola Politécnica da USP, BT/PEF/0103, 2001.
- [SHUGAR, 1987] T. A. Shugar, *A Numerical Study of Automated Dynamic Relaxation for Nonlinear Static Tensioned Structures*. Naval Civil Engineering Lab., Port Hueneme, Ca. Technical Note N-1778, oct. 1987.
- [SINDEL, 2001] F. Sindel et al. "Including optimization in the conception of fabric structures". *Computers & Structures* **79** 2451-2459 (2001)
- [TABARROK, 1992] B. Tabarrok & Z. Qin. "Nonlinear analysis of tension structures", *Computers & Structures* **45** (5/6) 973-984 (1992).
- [TABARROK, 1997] B. Tabarrok & Z. Qin. "Dynamic analysis of tension structures", *Computers & Structures* **62** (3) 467-474 (1997).
- [TALVIK, 2001] I. Talvik. "Finite element modelling of cable networks with flexible supports". *Computers & Structures* **79** 2443-2450 (2001).
- [WAGNER, 2001] W. Wagner & R. Ziegler. "Aspects of form finding and numerical analysis of membrane structures". *European Conference on Computational Mechanics*. Proceedings. Cracow, Poland, June 26-29, 2001.